Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 10,\ \bar{x} = 24{,}6,\ s = 11{,}6,\ H_0: \mu = 20$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 40,\ \bar{x} = 134{,}4,\ s = 11{,}7,\ H_0: \mu = 125$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 11,\ \bar{x} = 42{,}6,\ s = 1{,}9,\ t_{10;\,0{,}975} = 2{,}228$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Kurs A: 14 bzw. 68; Kurs B: 21 bzw. 67 (bestanden bzw. nicht bestanden). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 8,\ b = 2,\ c = 0,\ d = 4$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 55; 47; 53; 28; 51; Gruppe 2: 35; 14; 40; 36; 11. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 75; 62; 75; 56; 68; 63; 79; 73; 73; nachher: 73; 57; 76; 64; 77; 49; 75; 60; 76. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 4,\ n_2 = 5,\ n_3 = 7;\ R_1 = 18,\ R_2 = 33,\ R_3 = 85.\ H$? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 4; 15; 6; 28; 40; 32; 38; 34; y: 11; 60; 57; 39; 90; 21; 80; 52 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{24{,}6 - 20}{11{,}6/\sqrt{10}} \approx 1{,}25;\ t_{9;\,0{,}975} \approx 2{,}262 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $t = \dfrac{134{,}4 - 125}{11{,}7/\sqrt{40}} \approx 5{,}08;\ t_{39;\,0{,}975} \approx 2{,}023 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{1{,}9}{\sqrt{11}} \approx 0{,}5729;\ 42{,}6 \pm 2{,}228 \cdot 0{,}5729 :\ [41{,}32;\ 43{,}88]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{170 \cdot (14 \cdot 67 - 68 \cdot 21)^2}{82 \cdot 88 \cdot 35 \cdot 135} \approx 1{,}2 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{10}{8}\binom{4}{0}}{\binom{14}{8}} = \dfrac{45 \cdot 1}{3003} \approx 0{,}015$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 3; 7; 8; 9; 10; $R_1 = 37$; $U_1 = 37 - 15 = 22$, $U_2 = 3$; $U = 3$; $U_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 2; 5; –1; –8; –9; 14; 4; 13; –3; $W^+ = 28$, $W^- = 17$; $W = 17$; $W_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 16;\ H = \dfrac{12}{16 \cdot 17}\left(\dfrac{18^2}{4} + \dfrac{33^2}{5} + \dfrac{85^2}{7}\right) - 3 \cdot 17 \approx 7{,}72$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 1; 3; 2; 4; 8; 5; 7; 6; y: 1; 6; 5; 3; 8; 2; 7; 4; $\sum d^2 = 32;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 32}{504} \approx 0{,}619$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0