Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 8,\ \bar{x} = 121{,}4,\ s = 7{,}1,\ H_0: \mu = 120$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 12,\ \bar{x} = 117{,}5,\ s = 3{,}1,\ H_0: \mu = 120$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 26,\ \bar{x} = 23,\ s = 4{,}5,\ t_{25;\,0{,}975} = 2{,}06$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): $?^2 = N \cdot (a{\cdot}d - b{\cdot}c)^2 : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d))$, auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Sportler: 15 bzw. 28; Nichtsportler: 36 bzw. 17 (erkältet bzw. nicht erkältet). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 1,\ b = 6,\ c = 1,\ d = 4$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 43; 37; 60; 74; 54; Gruppe 2: 35; 22; 44; 11; 13; 17. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 63; 73; 41; 40; 72; 44; 54; nachher: 52; 83; 27; 39; 70; 40; 51. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 7,\ n_2 = 7,\ n_3 = 5;\ R_1 = 60,\ R_2 = 83,\ R_3 = 47.\ H$? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 16; 22; 28; 25; 34; 17; y: 44; 36; 28; 37; 27; 66 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{121{,}4 - 120}{7{,}1/\sqrt{8}} \approx 0{,}56;\ t_{7;\,0{,}975} \approx 2{,}365 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $t = \dfrac{117{,}5 - 120}{3{,}1/\sqrt{12}} \approx -2{,}79;\ t_{11;\,0{,}975} \approx 2{,}201 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{4{,}5}{\sqrt{26}} \approx 0{,}8825;\ 23 \pm 2{,}06 \cdot 0{,}8825 :\ [21{,}18;\ 24{,}82]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{96 \cdot (15 \cdot 17 - 28 \cdot 36)^2}{43 \cdot 53 \cdot 51 \cdot 45} \approx 10{,}41 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{7}{1}\binom{5}{1}}{\binom{12}{2}} = \dfrac{7 \cdot 5}{66} \approx 0{,}5303$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 6; 7; 9; 10; 11; $R_1 = 43;\ U_1 = 43 - 15 = 28,\ U_2 = 2;\ U = 2;\ U_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 11; –10; 14; 1; 2; 4; 3; $W^+ = 23,\ W^- = 5;\ W = 5;\ W_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 19;\ H = \dfrac{12}{19 \cdot 20}\left(\dfrac{60^2}{7} + \dfrac{83^2}{7} + \dfrac{47^2}{5}\right) - 3 \cdot 20 \approx 1{,}27$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 1; 3; 5; 4; 6; 2; y: 5; 3; 2; 4; 1; 6; $\sum d^2 = 66;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 66}{210} \approx -0{,}886$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0