Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) Daten: 50; 58; 53; 54; 61. H_0: μ = 58 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

2) *n* = 16, $\bar{x}$ = 54,5, *s* = 6,1, H_0: μ = 60 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) *n* = 16, $\bar{x}$ = 77,4, *s* = 5, $t_{15;\,0{,}975}$ = 2,131. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Kurs A: 20 bzw. 57; Kurs B: 8 bzw. 46 (bestanden bzw. nicht bestanden). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) *a* = 1, *b* = 5, *c* = 5, *d* = 3. *P*(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 48; 70; 31; 67; 37; 50; Gruppe 2: 10; 22; 20; 11; 28; 25. *U* = min(U_1; U_2)? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 57; 88; 82; 78; 73; 74; 70; 51; 78; 42; nachher: 66; 80; 87; 92; 61; 71; 74; 41; 63; 40. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 5,\ n_2 = 6,\ n_3 = 7;\ R_1 = 41,\ R_2 = 42,\ R_3 = 88.\ H$? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 29; 22; 16; 13; 25; 28; 31; y: 92; 10; 77; 54; 70; 20; 88 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $\bar{x} = 55{,}2,\ s \approx 4{,}324,\ t \approx -1{,}45;\ t_{4;\,0{,}975} \approx 2{,}776 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $t = \dfrac{54{,}5 - 60}{6{,}1/4} \approx -3{,}61;\ t_{15;\,0{,}975} \approx 2{,}131 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{5}{\sqrt{16}} \approx 1{,}25;\ 77{,}4 \pm 2{,}131 \cdot 1{,}25 :\ [74{,}74;\ 80{,}06]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{131 \cdot (20 \cdot 46 - 57 \cdot 8)^2}{77 \cdot 54 \cdot 28 \cdot 103} \approx 2{,}35 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{6}{1}\binom{8}{5}}{\binom{14}{6}} = \dfrac{6 \cdot 56}{3003} \approx 0{,}1119$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 7; 8; 9; 10; 11; 12; $R_1 = 57;\ U_1 = 57 - 21 = 36,\ U_2 = 0;\ U = 0;\ U_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: –9; 8; –5; –14; 12; 3; –4; 10; 15; 2; $W^+ = 33,\ W^- = 22;\ W = 22;\ W_{krit} = 8 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 18;\ H = \dfrac{12}{18 \cdot 19}\left(\dfrac{41^2}{5} + \dfrac{42^2}{6} + \dfrac{88^2}{7}\right) - 3 \cdot 19 \approx 3{,}93$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 6; 3; 2; 1; 4; 5; 7; y: 7; 1; 5; 3; 4; 2; 6; $\sum d^2 = 28;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 28}{336} \approx 0{,}5$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0