Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) Daten: 65; 69; 69; 65; 70. H_0: μ = 73 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

2) *n* = 12, $\bar{x}$ = 33,1, *s* = 11,6, H_0: μ = 25 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) *n* = 21, $\bar{x}$ = 34,1, *s* = 4,9, $t_{20;\,0{,}975}$ = 2,086. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Sportler: 57 bzw. 9; Nichtsportler: 50 bzw. 17 (erkältet bzw. nicht erkältet). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) *a* = 6, *b* = 4, *c* = 1, *d* = 3. *P*(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 45; 52; 51; 64; 75; 71; Gruppe 2: 14; 39; 38; 12; 28; 26. *U* = min(U_1; U_2)? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 87; 70; 44; 42; 59; 86; 85; 85; nachher: 89; 65; 37; 54; 58; 78; 82; 79. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+;\ W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 5,\ n_2 = 4,\ n_3 = 7;\ R_1 = 45,\ R_2 = 40,\ R_3 = 51.\ H$? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 14; 5; 22; 20; 34; 36; 31; y: 60; 37; 70; 28; 76; 99; 93 (paarweise). r_S? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $\bar{x} = 67{,}6,\ s \approx 2{,}408,\ t \approx -5{,}01;\ t_{4;\,0{,}975} \approx 2{,}776 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \dfrac{33{,}1 - 25}{11{,}6/\sqrt{12}} \approx 2{,}42;\ t_{11;\,0{,}975} \approx 2{,}201 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{4{,}9}{\sqrt{21}} \approx 1{,}0693;\ 34{,}1 \pm 2{,}086 \cdot 1{,}0693:\ [31{,}87;\ 36{,}33]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{133 \cdot (57 \cdot 17 - 9 \cdot 50)^2}{66 \cdot 67 \cdot 107 \cdot 26} \approx 2{,}91 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{10}{6}\binom{4}{1}}{\binom{14}{7}} = \dfrac{210 \cdot 4}{3432} \approx 0{,}2448$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 7; 8; 9; 10; 11; 12; $R_1 = 57;\ U_1 = 57 - 21 = 36,\ U_2 = 0;\ U = 0;\ U_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: –2; 5; 7; –12; 1; 8; 3; 6; $W^+ = 26,\ W^- = 10;\ W = 10;\ W_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 16;\ H = \dfrac{12}{16 \cdot 17}\left(\dfrac{45^2}{5} + \dfrac{40^2}{4} + \dfrac{51^2}{7}\right) - 3 \cdot 17 \approx 0{,}91$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 2; 1; 4; 3; 6; 7; 5; y: 3; 2; 4; 1; 5; 7; 6; $\sum d^2 = 8;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 8}{336} \approx 0{,}857$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0