Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 36,\ \bar{x} = 241{,}7,\ s = 11{,}8,\ H_0: \mu = 250$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 10,\ \bar{x} = 127{,}7,\ s = 11{,}7,\ H_0: \mu = 130$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 25,\ \bar{x} = 55,\ s = 2{,}2,\ t_{24;\,0{,}975} = 2{,}064$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Sportler: 62 bzw. 14; Nichtsportler: 39 bzw. 17 (erkältet bzw. nicht erkältet). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 2,\ b = 1,\ c = 3,\ d = 8$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 37; 58; 27; 20; Gruppe 2: 47; 32; 38; 43; 40. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 76; 82; 63; 40; 76; 48; 82; 58; 63; nachher: 77; 78; 54; 26; 63; 40; 84; 61; 53. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 5,\ n_2 = 6,\ n_3 = 5;\ R_1 = 39,\ R_2 = 53,\ R_3 = 44$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 19; 7; 15; 22; 18; 37; 16; 20; y: 37; 82; 43; 17; 55; 40; 73; 80 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \frac{241{,}7 - 250}{11{,}8/6} \approx -4{,}22;\ t_{35;\,0{,}975} \approx 2{,}03 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \frac{127{,}7 - 130}{11{,}7/\sqrt{10}} \approx -0{,}62;\ t_{9;\,0{,}975} \approx 2{,}262 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{2{,}2}{\sqrt{25}} \approx 0{,}44;\ 55 \pm 2{,}064 \cdot 0{,}44 :\ [54{,}09;\ 55{,}91]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{132 \cdot (62 \cdot 17 - 14 \cdot 39)^2}{76 \cdot 56 \cdot 101 \cdot 31} \approx 2{,}56 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{3}{2}\binom{11}{3}}{\binom{14}{5}} = \frac{3 \cdot 165}{2002} \approx 0{,}2473$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 1; 2; 4; 9; $R_1 = 16;\ U_1 = 16 - 10 = 6,\ U_2 = 14;\ U = 6;\ U_{krit} = 1 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: –1; 4; 9; 14; 13; 8; –2; –3; 10; $W^+ = 39,\ W^- = 6;\ W = 6;\ W_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 16;\ H = \frac{12}{16 \cdot 17}\left(\frac{39^2}{5} + \frac{53^2}{6} + \frac{44^2}{5}\right) - 3 \cdot 17 \approx 0{,}16$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 5; 1; 2; 7; 4; 8; 3; 6; y: 2; 8; 4; 1; 5; 3; 6; 7; $\sum d^2 = 134;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 134}{504} \approx -0{,}595$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0