Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 8,\ \bar{x} = 57{,}2,\ s = 7{,}4,\ H_0: \mu = 55$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) Daten: 17; 16; 10; 14; 19; 14. $H_0: \mu = 16$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 18,\ \bar{x} = 35{,}8,\ s = 1{,}7,\ t_{17;\,0{,}975} = 2{,}11$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): $?^2 = N \cdot (a{\cdot}d - b{\cdot}c)^2 : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d))$, auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Mädchen: 39 bzw. 66; Jungen: 13 bzw. 11 (Mathe-Fan bzw. kein Fan). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 8,\ b = 6,\ c = 1,\ d = 4$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 38; 53; 37; 45; 59; Gruppe 2: 49; 24; 12; 34. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 56; 76; 53; 53; 71; 81; 72; nachher: 44; 61; 39; 58; 74; 74; 64. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 4,\ n_2 = 5,\ n_3 = 7;\ R_1 = 16,\ R_2 = 29,\ R_3 = 91$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 15; 31; 29; 6; 5; 27; 11; 10; y: 26; 98; 45; 29; 14; 97; 33; 32 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{57{,}2 - 55}{7{,}4/\sqrt{8}} \approx 0{,}84;\ t_{7;\,0{,}975} \approx 2{,}365 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $\bar{x} = 15,\ s \approx 3{,}098,\ t \approx -0{,}79;\ t_{5;\,0{,}975} \approx 2{,}571 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{1{,}7}{\sqrt{18}} \approx 0{,}4007;\ 35{,}8 \pm 2{,}11 \cdot 0{,}4007:\ [34{,}95;\ 36{,}65]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{129 \cdot (39 \cdot 11 - 66 \cdot 13)^2}{105 \cdot 24 \cdot 52 \cdot 77} \approx 2{,}35 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{14}{8}\binom{5}{1}}{\binom{19}{9}} = \dfrac{3003 \cdot 5}{92378} \approx 0{,}1625$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 4; 5; 6; 8; 9; $R_1 = 32;\ U_1 = 32 - 15 = 17,\ U_2 = 3;\ U = 3;\ U_{krit} = 1 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 12; 15; 14; –5; –3; 7; 8; $W^+ = 25,\ W^- = 3;\ W = 3;\ W_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 16;\ H = \dfrac{12}{16 \cdot 17}\left(\dfrac{16^2}{4} + \dfrac{29^2}{5} + \dfrac{91^2}{7}\right) - 3 \cdot 17 \approx 11{,}44$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 5; 8; 7; 2; 1; 6; 4; 3; y: 2; 8; 6; 3; 1; 7; 5; 4; $\sum d^2 = 14;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 14}{504} \approx 0{,}833$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0