Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 25,\ \bar{x} = 123{,}9,\ s = 4{,}9,\ H_0: \mu = 120$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 25,\ \bar{x} = 265{,}5,\ s = 9{,}2,\ H_0: \mu = 260$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 17,\ \bar{x} = 87,\ s = 6{,}6,\ t_{16;\,0{,}975} = 2{,}12$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Mädchen: 11 bzw. 33; Jungen: 14 bzw. 38 (Mathe-Fan bzw. kein Fan). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 3,\ b = 1,\ c = 4,\ d = 1$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 55; 39; 16; 48; 27; 52; Gruppe 2: 21; 29; 18; 41; 10. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 81; 66; 73; 82; 50; 68; 72; nachher: 90; 79; 68; 89; 36; 56; 82. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 5,\ n_2 = 6,\ n_3 = 4;\ R_1 = 23,\ R_2 = 72,\ R_3 = 25.\ H$? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 40; 28; 20; 38; 13; 24; 8; 22; y: 58; 53; 78; 28; 73; 65; 99; 71 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \frac{123{,}9 - 120}{4{,}9/5} \approx 3{,}98;\ t_{24;\,0{,}975} \approx 2{,}064 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \frac{265{,}5 - 260}{9{,}2/5} \approx 2{,}99;\ t_{24;\,0{,}975} \approx 2{,}064 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{6{,}6}{\sqrt{17}} \approx 1{,}6007;\ 87 \pm 2{,}12 \cdot 1{,}6007:\ [83{,}61;\ 90{,}39]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{96 \cdot (11 \cdot 38 - 33 \cdot 14)^2}{44 \cdot 52 \cdot 25 \cdot 71} \approx 0{,}05 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{4}{3}\binom{5}{4}}{\binom{9}{7}} = \frac{4 \cdot 5}{36} \approx 0{,}5556$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 2; 5; 7; 9; 10; 11; $R_1 = 44$; $U_1 = 44 - 21 = 23$, $U_2 = 7$; $U = 7$; $U_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: –9; –13; 5; –7; 14; 12; –10; $W^+ = 13$, $W^- = 15$; $W = 13$; $W_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 15;\ H = \frac{12}{15 \cdot 16}\left(\frac{23^2}{5} + \frac{72^2}{6} + \frac{25^2}{4}\right) - 3 \cdot 16 \approx 8{,}3$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 8; 6; 3; 7; 2; 5; 1; 4; y: 3; 2; 7; 1; 6; 4; 8; 5; $\sum d^2 = 160;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 160}{504} \approx -0{,}905$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0