Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 9$, $\bar{x} = 66{,}5$, $s = 10{,}8$, $H_0: \mu = 60$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 40$, $\bar{x} = 61$, $s = 4{,}9$, $H_0: \mu = 60$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 24$, $\bar{x} = 64{,}3$, $s = 3$, $t_{23;\,0{,}975} = 2{,}069$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Sportler: 12 bzw. 60; Nichtsportler: 64 bzw. 33 (erkältet bzw. nicht erkältet). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 3$, $b = 2$, $c = 4$, $d = 6$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 53; 58; 50; 62; Gruppe 2: 33; 44; 32; 41; 48. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 84; 45; 66; 77; 48; 71; 71; 71; 77; 68; nachher: 80; 34; 52; 64; 46; 64; 62; 65; 76; 83. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 7,\ n_2 = 6,\ n_3 = 6;\ R_1 = 59,\ R_2 = 75,\ R_3 = 56.\ H$? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 15; 34; 24; 32; 22; y: 42; 95; 73; 78; 62 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \frac{66{,}5 - 60}{10{,}8/3} \approx 1{,}81;\ t_{8;\,0{,}975} \approx 2{,}306 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $t = \frac{61 - 60}{4{,}9/\sqrt{40}} \approx 1{,}29;\ t_{39;\,0{,}975} \approx 2{,}023 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{3}{\sqrt{24}} \approx 0{,}6124;\ 64{,}3 \pm 2{,}069 \cdot 0{,}6124 :\ [63{,}03;\ 65{,}57]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{169 \cdot (12 \cdot 33 - 60 \cdot 64)^2}{72 \cdot 97 \cdot 76 \cdot 93} \approx 40{,}61 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{5}{3}\binom{10}{4}}{\binom{15}{7}} = \frac{10 \cdot 210}{6435} \approx 0{,}3263$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 6; 7; 8; 9; $R_1 = 30$; $U_1 = 30 - 10 = 20$, $U_2 = 0$; $U = 0$; $U_{krit} = 1 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 4; 11; 14; 13; 2; 7; 9; 6; 1; –15; $W^+ = 45$, $W^- = 10$; $W = 10$; $W_{krit} = 8 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 19;\ H = \frac{12}{19 \cdot 20}\left(\frac{59^2}{7} + \frac{75^2}{6} + \frac{56^2}{6}\right) - 3 \cdot 20 \approx 1{,}81$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 1; 5; 3; 4; 2; y: 1; 5; 3; 4; 2; $\sum d^2 = 0;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 0}{120} \approx 1$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0