Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 25,\ \bar{x} = 228{,}4,\ s = 19{,}6,\ H_0: \mu = 250$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 36,\ \bar{x} = 110,\ s = 4{,}5,\ H_0: \mu = 105$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 9,\ \bar{x} = 40{,}3,\ s = 2,\ t_{8;\,0{,}975} = 2{,}306$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Kurs A: 56 bzw. 39; Kurs B: 54 bzw. 24 (bestanden bzw. nicht bestanden). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 6,\ b = 4,\ c = 5,\ d = 7$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 25; 21; 20; 31; 32; 22; Gruppe 2: 49; 42; 39; 40; 24. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 65; 66; 43; 45; 43; 77; nachher: 56; 78; 37; 31; 28; 66. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 5,\ n_2 = 5,\ n_3 = 6;\ R_1 = 64,\ R_2 = 29,\ R_3 = 43.$ H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 22; 7; 37; 38; 26; 40; 19; 18; y: 48; 95; 87; 18; 75; 66; 76; 78 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \frac{228{,}4 - 250}{19{,}6/5} \approx -5{,}51;\ t_{24;\,0{,}975} \approx 2{,}064 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \frac{110 - 105}{4{,}5/6} \approx 6{,}67;\ t_{35;\,0{,}975} \approx 2{,}03 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{2}{\sqrt{9}} \approx 0{,}6667;\ 40{,}3 \pm 2{,}306 \cdot 0{,}6667 :\ [38{,}76;\ 41{,}84]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{173 \cdot (56 \cdot 24 - 39 \cdot 54)^2}{95 \cdot 78 \cdot 110 \cdot 63} \approx 1{,}96 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{10}{6}\binom{12}{5}}{\binom{22}{11}} = \frac{210 \cdot 792}{705432} \approx 0{,}2358$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 1; 2; 3; 5; 6; 7; $R_1 = 24$; $U_1 = 24 - 21 = 3$, $U_2 = 27$; $U = 3$; $U_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 9; –12; 6; 14; 15; 11; $W^+ = 17$, $W^- = 4$; $W = 4$; $W_{krit} = 0 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 16;\ H = \frac{12}{16 \cdot 17}\left(\frac{64^2}{5} + \frac{29^2}{5} + \frac{43^2}{6}\right) - 3 \cdot 17 \approx 6{,}16$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 4; 1; 6; 7; 5; 8; 3; 2; y: 2; 8; 7; 1; 4; 3; 5; 6; $\sum d^2 = 136;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 136}{504} \approx -0{,}619$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0