Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 20,\ \bar{x} = 111{,}3,\ s = 7{,}9,\ H_0: \mu = 105$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) Daten: 60; 57; 57; 58; 55. $H_0: \mu = 52$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 30,\ \bar{x} = 60{,}4,\ s = 5{,}4,\ t_{29;\,0{,}975} = 2{,}045$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Medikament: 36 bzw. 70; Placebo: 60 bzw. 59 (geheilt bzw. nicht geheilt). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 4,\ b = 4,\ c = 5,\ d = 2$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 69; 37; 67; 47; 38; Gruppe 2: 20; 27; 40; 23. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 87; 82; 43; 87; 58; 85; 52; 43; nachher: 77; 77; 46; 95; 43; 78; 63; 44. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 4,\ n_2 = 6,\ n_3 = 7;\ R_1 = 18,\ R_2 = 56,\ R_3 = 79$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 37; 17; 4; 2; 28; 22; 8; 19; y: 58; 64; 82; 79; 78; 19; 49; 45 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{111{,}3 - 105}{7{,}9/\sqrt{20}} \approx 3{,}57;\ t_{19;\,0{,}975} \approx 2{,}093 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $\bar{x} = 57{,}4,\ s \approx 1{,}817,\ t \approx 6{,}65;\ t_{4;\,0{,}975} \approx 2{,}776 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{5{,}4}{\sqrt{30}} \approx 0{,}9859;\ 60{,}4 \pm 2{,}045 \cdot 0{,}9859:\ [58{,}38;\ 62{,}42]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{225 \cdot (36 \cdot 59 - 70 \cdot 60)^2}{106 \cdot 119 \cdot 96 \cdot 129} \approx 6{,}21 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{8}{4}\binom{7}{5}}{\binom{15}{9}} = \dfrac{70 \cdot 21}{5005} \approx 0{,}2937$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 4; 5; 7; 8; 9; $R_1 = 33;\ U_1 = 33 - 15 = 18,\ U_2 = 2;\ U = 2;\ U_{krit} = 1 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 10; 5; –3; –8; 15; 7; –11; –1; $W^+ = 21,\ W^- = 15;\ W = 15;\ W_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 17;\ H = \dfrac{12}{17 \cdot 18}\left(\dfrac{18^2}{4} + \dfrac{56^2}{6} + \dfrac{79^2}{7}\right) - 3 \cdot 18 \approx 4{,}64$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 8; 4; 2; 1; 7; 6; 3; 5; y: 4; 5; 8; 7; 6; 1; 3; 2; $\sum d^2 = 124;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 124}{504} \approx -0{,}476$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0