Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 25,\ \bar{x} = 247{,}2,\ s = 4{,}6,\ H_0: \mu = 250$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 40,\ \bar{x} = 50{,}9,\ s = 3,\ H_0: \mu = 50$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 22,\ \bar{x} = 69{,}1,\ s = 7{,}9,\ t_{21;\,0{,}975} = 2{,}08$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Mädchen: 64 bzw. 21; Jungen: 25 bzw. 14 (Mathe-Fan bzw. kein Fan). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 1,\ b = 5,\ c = 2,\ d = 8$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 39; 37; 32; 21; Gruppe 2: 12; 14; 31; 47; 30. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 44; 68; 46; 86; 72; 62; 63; 78; 80; 61; nachher: 34; 54; 35; 78; 57; 59; 61; 65; 74; 52. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+;\ W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 6,\ n_2 = 5,\ n_3 = 4;\ R_1 = 25,\ R_2 = 49,\ R_3 = 46.$ H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 35; 32; 10; 21; 4; y: 26; 64; 30; 40; 67 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \frac{247{,}2 - 250}{4{,}6/5} \approx -3{,}04;\ t_{24;\,0{,}975} \approx 2{,}064 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \frac{50{,}9 - 50}{3/\sqrt{40}} \approx 1{,}9;\ t_{39;\,0{,}975} \approx 2{,}023 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{7{,}9}{\sqrt{22}} \approx 1{,}6843;\ 69{,}1 \pm 2{,}08 \cdot 1{,}6843:\ [65{,}6;\ 72{,}6]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{124 \cdot (64 \cdot 14 - 21 \cdot 25)^2}{85 \cdot 39 \cdot 89 \cdot 35} \approx 1{,}65 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{6}{1}\binom{10}{2}}{\binom{16}{3}} = \frac{6 \cdot 45}{560} \approx 0{,}4821$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 3; 6; 7; 8; $R_1 = 24$; $U_1 = 24 - 10 = 14$, $U_2 = 6$; $U = 6$; $U_{krit} = 1 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 10; 14; 11; 8; 15; 3; 2; 13; 6; 9; $W^+ = 55$, $W^- = 0$; $W = 0$; $W_{krit} = 8 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 15;\ H = \frac{12}{15 \cdot 16}\left(\frac{25^2}{6} + \frac{49^2}{5} + \frac{46^2}{4}\right) - 3 \cdot 16 \approx 7{,}67$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 5; 4; 2; 3; 1; y: 1; 4; 2; 3; 5; $\sum d^2 = 32;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 32}{120} \approx -0{,}6$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0