Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 30,\ \bar{x} = 136{,}8,\ s = 6{,}8,\ H_0: \mu = 130$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 15,\ \bar{x} = 512{,}6,\ s = 5{,}2,\ H_0: \mu = 510$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 8,\ \bar{x} = 74{,}4,\ s = 2{,}3,\ t_{7;\,0{,}975} = 2{,}365$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Medikament: 8 bzw. 23; Placebo: 40 bzw. 20 (geheilt bzw. nicht geheilt). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 7,\ b = 3,\ c = 3,\ d = 8$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 23; 27; 49; 22; Gruppe 2: 31; 14; 36; 32; 19; 48. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 48; 53; 58; 73; 73; 70; 40; 90; nachher: 38; 41; 57; 62; 82; 66; 25; 103. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 5,\ n_2 = 6,\ n_3 = 5;\ R_1 = 29,\ R_2 = 37,\ R_3 = 70.\ H$? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 9; 4; 17; 37; 31; y: 83; 77; 39; 16; 29 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{136{,}8 - 130}{6{,}8/\sqrt{30}} \approx 5{,}48;\ t_{29;\,0{,}975} \approx 2{,}045 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \dfrac{512{,}6 - 510}{5{,}2/\sqrt{15}} \approx 1{,}94;\ t_{14;\,0{,}975} \approx 2{,}145 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{2{,}3}{\sqrt{8}} \approx 0{,}8132;\ 74{,}4 \pm 2{,}365 \cdot 0{,}8132 :\ [72{,}48;\ 76{,}32]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{91 \cdot (8 \cdot 20 - 23 \cdot 40)^2}{31 \cdot 60 \cdot 48 \cdot 43} \approx 13{,}69 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{10}{7}\binom{11}{3}}{\binom{21}{10}} = \dfrac{120 \cdot 165}{352716} \approx 0{,}0561$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 3; 4; 5; 10; $R_1 = 22$; $U_1 = 22 - 10 = 12$, $U_2 = 12$; $U = 12$; $U_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 10; 12; 1; 11; –9; 4; 15; –13; $W^+ = 26$, $W^- = 10$; $W = 10$; $W_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 16;\ H = \dfrac{12}{16 \cdot 17}\left(\dfrac{29^2}{5} + \dfrac{37^2}{6} + \dfrac{70^2}{5}\right) - 3 \cdot 17 \approx 9{,}72$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 2; 1; 3; 5; 4; y: 5; 4; 3; 1; 2; $\sum d^2 = 38;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 38}{120} \approx -0{,}9$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0