Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 10,\ \bar{x} = 503{,}1,\ s = 15{,}4,\ H_0: \mu = 500$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 30,\ \bar{x} = 106{,}1,\ s = 8{,}7,\ H_0: \mu = 100$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 22,\ \bar{x} = 75{,}5,\ s = 2{,}4,\ t_{21;\,0{,}975} = 2{,}08$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Kurs A: 60 bzw. 55; Kurs B: 38 bzw. 54 (bestanden bzw. nicht bestanden). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 2,\ b = 3,\ c = 6,\ d = 6$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 65; 31; 59; 33; 60; Gruppe 2: 35; 40; 27; 43. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 53; 79; 52; 84; 54; 60; 40; nachher: 44; 67; 57; 78; 43; 47; 50. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 5,\ n_2 = 4,\ n_3 = 6;\ R_1 = 21,\ R_2 = 40,\ R_3 = 59.\ H$? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 40; 3; 20; 27; 33; 31; 4; 35; y: 21; 98; 62; 56; 53; 66; 68; 58 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{503{,}1 - 500}{15{,}4/\sqrt{10}} \approx 0{,}64;\ t_{9;\,0{,}975} \approx 2{,}262 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $t = \dfrac{106{,}1 - 100}{8{,}7/\sqrt{30}} \approx 3{,}84;\ t_{29;\,0{,}975} \approx 2{,}045 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{2{,}4}{\sqrt{22}} \approx 0{,}5117;\ 75{,}5 \pm 2{,}08 \cdot 0{,}5117:\ [74{,}44;\ 76{,}56]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{207 \cdot (60 \cdot 54 - 55 \cdot 38)^2}{115 \cdot 92 \cdot 98 \cdot 109} \approx 2{,}42 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{5}{2}\binom{12}{6}}{\binom{17}{8}} = \dfrac{10 \cdot 924}{24310} \approx 0{,}3801$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 2; 3; 7; 8; 9; $R_1 = 29;\ U_1 = 29 - 15 = 14,\ U_2 = 6;\ U = 6;\ U_{krit} = 1 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 9; 12; –5; 6; 11; 13; –10; $W^+ = 23,\ W^- = 5;\ W = 5;\ W_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 15;\ H = \dfrac{12}{15 \cdot 16}\left(\dfrac{21^2}{5} + \dfrac{40^2}{4} + \dfrac{59^2}{6}\right) - 3 \cdot 16 \approx 5{,}42$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 8; 1; 3; 4; 6; 5; 2; 7; y: 1; 8; 5; 3; 2; 6; 7; 4; $\sum d^2 = 154;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 154}{504} \approx -0{,}833$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0