Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 16,\ \bar{x} = 257{,}3,\ s = 5{,}8,\ H_0: \mu = 255$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 8,\ \bar{x} = 476{,}2,\ s = 21{,}6,\ H_0: \mu = 500$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 20,\ \bar{x} = 30{,}6,\ s = 5{,}9,\ t_{19;\,0{,}975} = 2{,}093$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): $?^2 = N \cdot (a{\cdot}d - b{\cdot}c)^2 : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d))$, auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Stadt: 46 bzw. 50; Land: 41 bzw. 48 (Rad im Alltag bzw. kein Rad). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 5,\ b = 2,\ c = 5,\ d = 5$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 41; 40; 59; 35; 43; 26; Gruppe 2: 47; 22; 28; 32; 21. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 58; 84; 77; 69; 45; 40; 62; 45; 87; nachher: 45; 98; 87; 84; 43; 47; 50; 39; 86. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 5,\ n_2 = 7,\ n_3 = 5;\ R_1 = 52,\ R_2 = 58,\ R_3 = 43.$ H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 26; 24; 32; 37; 18; 12; 40; y: 64; 88; 44; 17; 90; 94; 27 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \frac{257{,}3 - 255}{5{,}8/4} \approx 1{,}59;\ t_{15;\,0{,}975} \approx 2{,}131 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $t = \frac{476{,}2 - 500}{21{,}6/\sqrt{8}} \approx -3{,}12;\ t_{7;\,0{,}975} \approx 2{,}365 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{5{,}9}{\sqrt{20}} \approx 1{,}3193;\ 30{,}6 \pm 2{,}093 \cdot 1{,}3193 :\ [27{,}84;\ 33{,}36]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{185 \cdot (46 \cdot 48 - 50 \cdot 41)^2}{96 \cdot 89 \cdot 87 \cdot 98} \approx 0{,}06 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{7}{5}\binom{10}{5}}{\binom{17}{10}} = \frac{21 \cdot 252}{19448} \approx 0{,}2721$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 3; 6; 7; 8; 9; 11; $R_1 = 44$; $U_1 = 44 - 21 = 23$, $U_2 = 7$; $U = 7$; $U_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 13; –14; –10; –15; 2; –7; 12; 6; 1; $W^+ = 19$, $W^- = 26$; $W = 19$; $W_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 17;\ H = \frac{12}{17 \cdot 18}\left(\frac{52^2}{5} + \frac{58^2}{7} + \frac{43^2}{5}\right) - 3 \cdot 18 \approx 0{,}56$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 4; 3; 5; 6; 2; 1; 7; y: 4; 5; 3; 1; 6; 7; 2; $\sum d^2 = 110;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 110}{336} \approx -0{,}964$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0