Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 8,\ \bar{x} = 130{,}7,\ s = 2{,}3,\ H_0: \mu = 130$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) Daten: 23; 18; 14; 19; 16. $H_0: \mu = 20$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 15,\ \bar{x} = 40{,}1,\ s = 7{,}9,\ t_{14;\,0{,}975} = 2{,}145$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Kurs A: 50 bzw. 27; Kurs B: 9 bzw. 50 (bestanden bzw. nicht bestanden). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 8,\ b = 3,\ c = 6,\ d = 5$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 40; 37; 55; 61; 50; Gruppe 2: 27; 41; 12; 26; 17. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 80; 67; 57; 50; 76; 57; 55; 81; 68; nachher: 69; 73; 55; 46; 90; 47; 42; 76; 56. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 7,\ n_2 = 7,\ n_3 = 7;\ R_1 = 91,\ R_2 = 80,\ R_3 = 60$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 8; 11; 23; 25; 40; 9; 19; 17; y: 10; 20; 75; 59; 98; 56; 58; 39 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{130{,}7 - 130}{2{,}3/\sqrt{8}} \approx 0{,}86;\ t_{7;\,0{,}975} \approx 2{,}365 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $\bar{x} = 18,\ s \approx 3{,}391,\ t \approx -1{,}32;\ t_{4;\,0{,}975} \approx 2{,}776 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{7{,}9}{\sqrt{15}} \approx 2{,}0398;\ 40{,}1 \pm 2{,}145 \cdot 2{,}0398:\ [35{,}72;\ 44{,}48]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{136 \cdot (50 \cdot 50 - 27 \cdot 9)^2}{77 \cdot 59 \cdot 59 \cdot 77} \approx 33{,}57 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{11}{8}\binom{11}{6}}{\binom{22}{14}} = \dfrac{165 \cdot 462}{319770} \approx 0{,}2384$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 5; 6; 8; 9; 10; $R_1 = 38;\ U_1 = 38 - 15 = 23,\ U_2 = 2;\ U = 2;\ U_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 11; –6; 2; 4; –14; 10; 13; 5; 12; $W^+ = 32,\ W^- = 13;\ W = 13;\ W_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 21;\ H = \dfrac{12}{21 \cdot 22}\left(\dfrac{91^2}{7} + \dfrac{80^2}{7} + \dfrac{60^2}{7}\right) - 3 \cdot 22 \approx 1{,}83$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 1; 3; 6; 7; 8; 2; 5; 4; y: 1; 2; 7; 6; 8; 4; 5; 3; $\sum d^2 = 8;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 8}{504} \approx 0{,}905$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0