Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 9,\ \bar{x} = 503{,}4,\ s = 4{,}8,\ H_0: \mu = 500$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) Daten: 75; 73; 74; 65; 67. $H_0: \mu = 69$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 13,\ \bar{x} = 59{,}9,\ s = 3{,}4,\ t_{12;\,0{,}975} = 2{,}179$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Kurs A: 40 bzw. 51; Kurs B: 19 bzw. 51 (bestanden bzw. nicht bestanden). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 6,\ b = 4,\ c = 0,\ d = 8$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 49; 34; 32; 37; 55; Gruppe 2: 14; 42; 47; 35. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 57; 80; 53; 74; 74; 85; 47; 73; 69; nachher: 49; 78; 52; 63; 81; 82; 33; 69; 81. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 7,\ n_2 = 4,\ n_3 = 5;\ R_1 = 32,\ R_2 = 38,\ R_3 = 66$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 27; 5; 9; 28; 2; 22; y: 81; 40; 59; 91; 10; 68 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{503{,}4 - 500}{4{,}8/3} \approx 2{,}12;\ t_{8;\,0{,}975} \approx 2{,}306 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $\bar{x} = 70{,}8,\ s \approx 4{,}494,\ t \approx 0{,}9;\ t_{4;\,0{,}975} \approx 2{,}776 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{3{,}4}{\sqrt{13}} \approx 0{,}943;\ 59{,}9 \pm 2{,}179 \cdot 0{,}943:\ [57{,}85;\ 61{,}95]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{161 \cdot (40 \cdot 51 - 51 \cdot 19)^2}{91 \cdot 70 \cdot 59 \cdot 102} \approx 4{,}82 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{10}{6}\binom{8}{0}}{\binom{18}{6}} = \dfrac{210 \cdot 1}{18564} \approx 0{,}0113$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 2; 3; 5; 8; 9; $R_1 = 27;\ U_1 = 27 - 15 = 12,\ U_2 = 8;\ U = 8;\ U_{krit} = 1 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 8; 2; 1; 11; –7; 3; 14; 4; –12; $W^+ = 32,\ W^- = 13;\ W = 13;\ W_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 16;\ H = \dfrac{12}{16 \cdot 17}\left(\dfrac{32^2}{7} + \dfrac{38^2}{4} + \dfrac{66^2}{5}\right) - 3 \cdot 17 \approx 9{,}82$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 5; 2; 3; 6; 1; 4; y: 5; 2; 3; 6; 1; 4; $\sum d^2 = 0;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 0}{210} \approx 1$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0