Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 8,\ \bar{x} = 235{,}8,\ s = 24,\ H_0: \mu = 255$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 12,\ \bar{x} = 121{,}1,\ s = 5{,}5,\ H_0: \mu = 120$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 13,\ \bar{x} = 60{,}6,\ s = 3{,}4,\ t_{12;\,0{,}975} = 2{,}179$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Sportler: 14 bzw. 45; Nichtsportler: 66 bzw. 54 (erkältet bzw. nicht erkältet). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 6,\ b = 2,\ c = 2,\ d = 8$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 47; 54; 43; 39; 73; 69; Gruppe 2: 20; 33; 32; 17; 24; 19. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 82; 54; 71; 59; 56; 49; 85; 62; nachher: 91; 49; 70; 47; 64; 63; 82; 47. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 4,\ n_2 = 4,\ n_3 = 4;\ R_1 = 13,\ R_2 = 34,\ R_3 = 31$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 15; 27; 39; 35; 33; y: 52; 49; 14; 34; 37 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{235{,}8 - 255}{24/\sqrt{8}} \approx -2{,}26;\ t_{7;\,0{,}975} \approx 2{,}365 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $t = \dfrac{121{,}1 - 120}{5{,}5/\sqrt{12}} \approx 0{,}69;\ t_{11;\,0{,}975} \approx 2{,}201 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{3{,}4}{\sqrt{13}} \approx 0{,}943;\ 60{,}6 \pm 2{,}179 \cdot 0{,}943 :\ [58{,}55;\ 62{,}65]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{179 \cdot (14 \cdot 54 - 45 \cdot 66)^2}{59 \cdot 120 \cdot 80 \cdot 99} \approx 15{,}65 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{8}{6}\binom{10}{2}}{\binom{18}{8}} = \dfrac{28 \cdot 45}{43758} \approx 0{,}0288$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 7; 8; 9; 10; 11; 12; $R_1 = 57$; $U_1 = 57 - 21 = 36$, $U_2 = 0$; $U = 0$; $U_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: –9; 5; 1; 12; –8; –14; 3; 15; $W^+ = 20$, $W^- = 16$; $W = 16$; $W_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 12;\ H = \dfrac{12}{12 \cdot 13}\left(\dfrac{13^2}{4} + \dfrac{34^2}{4} + \dfrac{31^2}{4}\right) - 3 \cdot 13 \approx 4{,}96$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 1; 2; 5; 4; 3; y: 5; 4; 1; 2; 3; $\sum d^2 = 40;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 40}{120} \approx -1$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0