Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 10,\ \bar{x} = 503{,}1,\ s = 9{,}4,\ H_0: \mu = 505$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 40,\ \bar{x} = 129{,}6,\ s = 4{,}6,\ H_0: \mu = 125$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 7,\ \bar{x} = 36{,}1,\ s = 2{,}6,\ t_{6;\,0{,}975} = 2{,}447$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Mädchen: 41 bzw. 18; Jungen: 13 bzw. 44 (Mathe-Fan bzw. kein Fan). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 8,\ b = 6,\ c = 1,\ d = 7$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 38; 54; 53; 48; 43; 51; Gruppe 2: 20; 14; 21; 35; 24; 47. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 53; 44; 65; 57; 86; 76; 51; 72; 56; nachher: 38; 42; 55; 52; 74; 77; 60; 61; 49. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 6,\ n_2 = 7,\ n_3 = 7;\ R_1 = 32,\ R_2 = 78,\ R_3 = 100.$ H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 21; 10; 26; 16; 8; 40; 11; y: 66; 19; 81; 49; 12; 88; 32 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{503{,}1 - 505}{9{,}4/\sqrt{10}} \approx -0{,}64;\ t_{9;\,0{,}975} \approx 2{,}262 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $t = \dfrac{129{,}6 - 125}{4{,}6/\sqrt{40}} \approx 6{,}32;\ t_{39;\,0{,}975} \approx 2{,}023 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{2{,}6}{\sqrt{7}} \approx 0{,}9827;\ 36{,}1 \pm 2{,}447 \cdot 0{,}9827:\ [33{,}7;\ 38{,}5]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{116 \cdot (41 \cdot 44 - 18 \cdot 13)^2}{59 \cdot 57 \cdot 54 \cdot 62} \approx 25{,}39 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{14}{8}\binom{8}{1}}{\binom{22}{9}} = \dfrac{3003 \cdot 8}{497420} \approx 0{,}0483$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 6; 7; 9; 10; 11; 12; $R_1 = 55$; $U_1 = 55 - 21 = 34$, $U_2 = 2$; $U = 2$; $U_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 15; 2; 10; 5; 12; –1; –9; 11; 7; $W^+ = 39$, $W^- = 6$; $W = 6$; $W_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 20;\ H = \dfrac{12}{20 \cdot 21}\left(\dfrac{32^2}{6} + \dfrac{78^2}{7} + \dfrac{100^2}{7}\right) - 3 \cdot 21 \approx 7{,}53$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 5; 2; 6; 4; 1; 7; 3; y: 5; 2; 6; 4; 1; 7; 3; $\sum d^2 = 0;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 0}{336} \approx 1$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0