Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 9,\ \bar{x} = 68{,}9,\ s = 9{,}9,\ H_0: \mu = 60$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) Daten: 56; 55; 64; 62; 55; 61. $H_0: \mu = 57$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 30,\ \bar{x} = 30{,}7,\ s = 7{,}7,\ t_{29;\,0{,}975} = 2{,}045$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Kurs A: 68 bzw. 56; Kurs B: 27 bzw. 54 (bestanden bzw. nicht bestanden). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 5,\ b = 1,\ c = 4,\ d = 4$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 42; 47; 69; 62; 35; 49; Gruppe 2: 30; 29; 31; 11. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 68; 50; 44; 41; 73; 40; 65; 84; nachher: 55; 35; 54; 52; 74; 52; 62; 77. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 6$, $n_2 = 6$, $n_3 = 6$; $R_1 = 26$, $R_2 = 56$, $R_3 = 89$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 21; 11; 24; 32; 2; 5; 18; 16; y: 32; 99; 13; 24; 90; 54; 47; 91 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \frac{68{,}9 - 60}{9{,}9/3} \approx 2{,}7;\ t_{8;\,0{,}975} \approx 2{,}306 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $\bar{x} \approx 58{,}833,\ s \approx 3{,}971,\ t \approx 1{,}13;\ t_{5;\,0{,}975} \approx 2{,}571 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{7{,}7}{\sqrt{30}} \approx 1{,}4058;\ 30{,}7 \pm 2{,}045 \cdot 1{,}4058 :\ [27{,}83;\ 33{,}57]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{205 \cdot (68 \cdot 54 - 56 \cdot 27)^2}{124 \cdot 81 \cdot 95 \cdot 110} \approx 9{,}11 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{6}{5}\binom{8}{4}}{\binom{14}{9}} = \frac{6 \cdot 70}{2002} \approx 0{,}2098$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 5; 6; 7; 8; 9; 10; $R_1 = 45;\ U_1 = 45 - 21 = 24,\ U_2 = 0;\ U = 0;\ U_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 13; 15; –10; –11; –1; –12; 3; 7; $W^+ = 20,\ W^- = 16;\ W = 16;\ W_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 18;\ H = \frac{12}{18 \cdot 19}\left(\frac{26^2}{6} + \frac{56^2}{6} + \frac{89^2}{6}\right) - 3 \cdot 19 \approx 11{,}61$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 6; 3; 7; 8; 1; 2; 5; 4; y: 3; 8; 1; 2; 6; 5; 4; 7; $\sum d^2 = 150;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 150}{504} \approx -0{,}786$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0