Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 25,\ \bar{x} = 514{,}6,\ s = 12{,}2,\ H_0: \mu = 500$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 36,\ \bar{x} = 44,\ s = 12,\ H_0: \mu = 50$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 21,\ \bar{x} = 85{,}2,\ s = 5{,}4,\ t_{20;\,0{,}975} = 2{,}086$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Mädchen: 46 bzw. 70; Jungen: 22 bzw. 67 (Mathe-Fan bzw. kein Fan). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 5,\ b = 5,\ c = 5,\ d = 1$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 57; 28; 45; 25; 61; 54; Gruppe 2: 23; 41; 36; 21; 31. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 47; 61; 40; 59; 76; 81; 71; 45; nachher: 38; 51; 39; 66; 63; 69; 66; 47. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+;\ W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 6,\ n_2 = 6,\ n_3 = 4;\ R_1 = 31,\ R_2 = 66,\ R_3 = 39$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 11; 33; 5; 6; 39; 24; 8; y: 29; 78; 60; 21; 89; 67; 62 (paarweise). r_S? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \frac{514{,}6 - 500}{12{,}2/5} \approx 5{,}98;\ t_{24;\,0{,}975} \approx 2{,}064 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \frac{44 - 50}{12/6} = -3;\ t_{35;\,0{,}975} \approx 2{,}03 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{5{,}4}{\sqrt{21}} \approx 1{,}1784;\ 85{,}2 \pm 2{,}086 \cdot 1{,}1784 :\ [82{,}74;\ 87{,}66]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{205 \cdot (46 \cdot 67 - 70 \cdot 22)^2}{116 \cdot 89 \cdot 68 \cdot 137} \approx 5{,}07 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{10}{5}\binom{6}{5}}{\binom{16}{10}} = \frac{252 \cdot 6}{8008} \approx 0{,}1888$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 3; 4; 8; 9; 10; 11; $R_1 = 45$; $U_1 = 45 - 21 = 24$, $U_2 = 6$; $U = 6$; $U_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 9; 10; 1; –7; 13; 12; 5; –2; $W^+ = 30$, $W^- = 6$; $W = 6$; $W_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 16;\ H = \frac{12}{16 \cdot 17}\left(\frac{31^2}{6} + \frac{66^2}{6} + \frac{39^2}{4}\right) - 3 \cdot 17 \approx 4{,}87$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 4; 6; 1; 2; 7; 5; 3; y: 2; 6; 3; 1; 7; 5; 4; $\sum d^2 = 10;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 10}{336} \approx 0{,}821$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0