Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 16,\ \bar{x} = 105{,}6,\ s = 11{,}1,\ H_0: \mu = 110$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) Daten: 33; 30; 34; 41; 31; 30. $H_0: \mu = 34$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 14,\ \bar{x} = 20{,}6,\ s = 6{,}9,\ t_{13;\,0{,}975} = 2{,}16$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Mädchen: 24 bzw. 44; Jungen: 42 bzw. 22 (Mathe-Fan bzw. kein Fan). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 3,\ b = 1,\ c = 4,\ d = 8$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 47; 22; 27; 32; 37; Gruppe 2: 34; 39; 21; 40; 11; 15. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 85; 59; 76; 69; 42; 76; 84; 87; 57; 90; nachher: 84; 46; 74; 66; 28; 83; 88; 97; 52; 75. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 7,\ n_2 = 4,\ n_3 = 6;\ R_1 = 56,\ R_2 = 29,\ R_3 = 68$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 15; 7; 10; 11; 36; 14; 21; y: 20; 16; 12; 17; 88; 40; 62 (paarweise). r_S? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \frac{105{,}6 - 110}{11{,}1/4} \approx -1{,}59;\ t_{15;\,0{,}975} \approx 2{,}131 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $\bar{x} \approx 33{,}167,\ s \approx 4{,}167,\ t \approx -0{,}49;\ t_{5;\,0{,}975} \approx 2{,}571 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{6{,}9}{\sqrt{14}} \approx 1{,}8441;\ 20{,}6 \pm 2{,}16 \cdot 1{,}8441:\ [16{,}62;\ 24{,}58]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{132 \cdot (24 \cdot 22 - 44 \cdot 42)^2}{68 \cdot 64 \cdot 66 \cdot 66} \approx 12{,}13 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{4}{3}\binom{12}{4}}{\binom{16}{7}} = \frac{4 \cdot 495}{11440} \approx 0{,}1731$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 4; 5; 6; 8; 11; $R_1 = 34;\ U_1 = 34 - 15 = 19,\ U_2 = 11;\ U = 11;\ U_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 1; 13; 2; 3; 14; –7; –4; –10; 5; 15; $W^+ = 38,\ W^- = 17;\ W = 17;\ W_{krit} = 8 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 17;\ H = \frac{12}{17 \cdot 18}\left(\frac{56^2}{7} + \frac{29^2}{4} + \frac{68^2}{6}\right) - 3 \cdot 18 \approx 2{,}04$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 5; 1; 2; 3; 7; 4; 6; y: 4; 2; 1; 3; 7; 5; 6; $\sum d^2 = 4;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 4}{336} \approx 0{,}929$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0