Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 12,\ \bar{x} = 134,\ s = 10{,}1,\ H_0: \mu = 130$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 25,\ \bar{x} = 58{,}6,\ s = 10{,}7,\ H_0: \mu = 50$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 6,\ \bar{x} = 67{,}2,\ s = 7{,}1,\ t_{5;\,0{,}975} = 2{,}571$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Mädchen: 12 bzw. 45; Jungen: 45 bzw. 27 (Mathe-Fan bzw. kein Fan). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 2,\ b = 4,\ c = 5,\ d = 7$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 47; 50; 12; 32; Gruppe 2: 16; 14; 43; 46; 45; 38. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 62; 74; 62; 67; 67; 70; 54; 43; nachher: 52; 82; 65; 63; 73; 77; 41; 57. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 6$, $n_2 = 7$, $n_3 = 4$; $R_1 = 31$, $R_2 = 70$, $R_3 = 52$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 2; 35; 37; 8; 38; y: 88; 87; 35; 94; 10 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{134-130}{10{,}1/\sqrt{12}} \approx 1{,}37;\ t_{11;\,0{,}975} \approx 2{,}201 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $t = \dfrac{58{,}6-50}{10{,}7/5} \approx 4{,}02;\ t_{24;\,0{,}975} \approx 2{,}064 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{7{,}1}{\sqrt{6}} \approx 2{,}8986;\ 67{,}2 \pm 2{,}571 \cdot 2{,}8986:\ [59{,}75;\ 74{,}65]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{129 \cdot (12 \cdot 27 - 45 \cdot 45)^2}{57 \cdot 72 \cdot 57 \cdot 72} \approx 22{,}16 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{6}{2}\binom{12}{5}}{\binom{18}{7}} = \dfrac{15 \cdot 792}{31824} \approx 0{,}3733$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 1; 4; 9; 10; $R_1 = 24$; $U_1 = 24 - 10 = 14$, $U_2 = 10$; $U = 10$; $U_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 10; –8; –3; 4; –6; –7; 13; –14; $W^+ = 15$, $W^- = 21$; $W = 15$; $W_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 17;\ H = \dfrac{12}{17 \cdot 18}\left(\dfrac{31^2}{6} + \dfrac{70^2}{7} + \dfrac{52^2}{4}\right) - 3 \cdot 18 \approx 6{,}24$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 1; 3; 4; 2; 5; y: 4; 3; 2; 5; 1; $\sum d^2 = 38;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 38}{120} \approx -0{,}9$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0