Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 30,\ \bar{x} = 107{,}2,\ s = 7{,}2,\ H_0: \mu = 100$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) Daten: 14; 15; 20; 17; 19; 12. $H_0: \mu = 15$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 9,\ \bar{x} = 73{,}2,\ s = 1{,}2,\ t_{8;\,0{,}975} = 2{,}306$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Mädchen: 37 bzw. 48; Jungen: 46 bzw. 60 (Mathe-Fan bzw. kein Fan). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 5,\ b = 2,\ c = 3,\ d = 7$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 59; 37; 29; 40; 38; 54; Gruppe 2: 18; 30; 17; 12; 32; 43. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 89; 40; 55; 87; 64; 66; 56; 78; 80; 51; nachher: 79; 42; 48; 84; 69; 75; 41; 82; 72; 40. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 6,\ n_2 = 4,\ n_3 = 4;\ R_1 = 26,\ R_2 = 35,\ R_3 = 44$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 4; 40; 11; 10; 33; 7; 12; y: 17; 84; 33; 67; 98; 31; 73 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{107{,}2 - 100}{7{,}2/\sqrt{30}} \approx 5{,}48;\ t_{29;\,0{,}975} \approx 2{,}045 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $\bar{x} \approx 16{,}167,\ s \approx 3{,}061,\ t \approx 0{,}93;\ t_{5;\,0{,}975} \approx 2{,}571 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{1{,}2}{\sqrt{9}} \approx 0{,}4;\ 73{,}2 \pm 2{,}306 \cdot 0{,}4:\ [72{,}28;\ 74{,}12]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{191 \cdot (37 \cdot 60 - 48 \cdot 46)^2}{85 \cdot 106 \cdot 83 \cdot 108} \approx 0 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{7}{5}\binom{10}{3}}{\binom{17}{8}} = \dfrac{21 \cdot 120}{24310} \approx 0{,}1037$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 4; 7; 8; 9; 11; 12; $R_1 = 51;\ U_1 = 51 - 21 = 30,\ U_2 = 6;\ U = 6;\ U_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 10; –2; 7; 3; –5; –9; 15; –4; 8; 11; $W^+ = 40,\ W^- = 15;\ W = 15;\ W_{krit} = 8 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 14;\ H = \dfrac{12}{14 \cdot 15}\left(\dfrac{26^2}{6} + \dfrac{35^2}{4} + \dfrac{44^2}{4}\right) - 3 \cdot 15 \approx 6{,}6$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 1; 7; 4; 3; 6; 2; 5; y: 1; 6; 3; 4; 7; 2; 5; $\sum d^2 = 4;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 4}{336} \approx 0{,}929$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0