Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 16,\ \bar{x} = 113{,}8,\ s = 7{,}8,\ H_0: \mu = 120$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 16,\ \bar{x} = 505{,}8,\ s = 9{,}6,\ H_0: \mu = 500$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 20,\ \bar{x} = 35{,}7,\ s = 7,\ t_{19;\,0{,}975} = 2{,}093$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): $?^2 = N \cdot (a{\cdot}d - b{\cdot}c)^2 : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d))$, auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Kurs A: 24 bzw. 29; Kurs B: 35 bzw. 30 (bestanden bzw. nicht bestanden). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 6,\ b = 2,\ c = 5,\ d = 7$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 19; 51; 15; 32; Gruppe 2: 17; 16; 38; 27; 23. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 73; 48; 50; 80; 58; 40; nachher: 60; 39; 53; 79; 46; 33. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 6,\ n_2 = 7,\ n_3 = 7;\ R_1 = 31,\ R_2 = 71,\ R_3 = 108.$ H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 25; 11; 34; 6; 21; 13; 19; 37; y: 17; 87; 18; 90; 65; 45; 73; 25 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \frac{113{,}8 - 120}{7{,}8/4} \approx -3{,}18;\ t_{15;\,0{,}975} \approx 2{,}131 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \frac{505{,}8 - 500}{9{,}6/4} \approx 2{,}42;\ t_{15;\,0{,}975} \approx 2{,}131 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{7}{\sqrt{20}} \approx 1{,}5652;\ 35{,}7 \pm 2{,}093 \cdot 1{,}5652 :\ [32{,}42;\ 38{,}98]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{118 \cdot (24 \cdot 30 - 29 \cdot 35)^2}{53 \cdot 65 \cdot 59 \cdot 59} \approx 0{,}86 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{8}{6}\binom{12}{5}}{\binom{20}{11}} = \frac{28 \cdot 792}{167960} \approx 0{,}132$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 1; 4; 7; 9; $R_1 = 21;\ U_1 = 21 - 10 = 11,\ U_2 = 9;\ U = 9;\ U_{krit} = 1 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 13; 9; –3; 1; 12; 7; $W^+ = 19,\ W^- = 2;\ W = 2;\ W_{krit} = 0 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 20;\ H = \frac{12}{20 \cdot 21}\left(\frac{31^2}{6} + \frac{71^2}{7} + \frac{108^2}{7}\right) - 3 \cdot 21 \approx 9{,}76$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 6; 2; 7; 1; 5; 3; 4; 8; y: 1; 7; 2; 8; 5; 4; 6; 3; $\sum d^2 = 154;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 154}{504} \approx -0{,}833$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0