Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) Daten: 91; 91; 88; 83; 83; 91. H_0: μ = 85 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

2) $n = 10$, $\bar{x} = 116{,}2$, $s = 3{,}2$, H_0: μ = 120 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 6$, $\bar{x} = 26{,}4$, $s = 2{,}6$, $t_{5;\,0{,}975} = 2{,}571$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Medikament: 70 bzw. 47; Placebo: 22 bzw. 29 (geheilt bzw. nicht geheilt). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 8$, $b = 1$, $c = 5$, $d = 3$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 41; 27; 32; 23; 54; 52; Gruppe 2: 25; 14; 28; 29; 11. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 87; 58; 61; 59; 78; 87; 41; 53; 81; 87; nachher: 86; 54; 72; 54; 70; 90; 27; 43; 72; 93. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+;\ W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 4,\ n_2 = 7,\ n_3 = 4;\ R_1 = 12,\ R_2 = 65,\ R_3 = 43$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 30; 7; 39; 40; 28; 22; y: 48; 33; 65; 93; 60; 38 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $\bar{x} \approx 87{,}833,\ s \approx 3{,}92,\ t \approx 1{,}77;\ t_{5;\,0{,}975} \approx 2{,}571 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $t = \dfrac{116{,}2 - 120}{3{,}2/\sqrt{10}} \approx -3{,}76;\ t_{9;\,0{,}975} \approx 2{,}262 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{2{,}6}{\sqrt{6}} \approx 1{,}0614;\ 26{,}4 \pm 2{,}571 \cdot 1{,}0614:\ [23{,}67;\ 29{,}13]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{168 \cdot (70 \cdot 29 - 47 \cdot 22)^2}{117 \cdot 51 \cdot 92 \cdot 76} \approx 3{,}99 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{9}{8}\binom{8}{5}}{\binom{17}{13}} = \dfrac{9 \cdot 56}{2380} \approx 0{,}2118$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 3; 5; 8; 9; 10; 11; $R_1 = 46;\ U_1 = 46 - 21 = 25,\ U_2 = 5;\ U = 5;\ U_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 1; 4; –11; 5; 8; –3; 14; 10; 9; –6; $W^+ = 39,\ W^- = 16;\ W = 16;\ W_{krit} = 8 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 15;\ H = \dfrac{12}{15 \cdot 16}\left(\dfrac{12^2}{4} + \dfrac{65^2}{7} + \dfrac{43^2}{4}\right) - 3 \cdot 16 \approx 7{,}09$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 4; 1; 5; 6; 3; 2; y: 3; 1; 5; 6; 4; 2; $\sum d^2 = 2;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 2}{210} \approx 0{,}943$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0