Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 8,\ \bar{x} = 503{,}5,\ s = 5{,}4,\ H_0: \mu = 510$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) Daten: 65; 68; 66; 70; 69. $H_0: \mu = 64$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 13,\ \bar{x} = 76{,}5,\ s = 2{,}4,\ t_{12;\,0{,}975} = 2{,}179$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Kurs A: 8 bzw. 23; Kurs B: 32 bzw. 52 (bestanden bzw. nicht bestanden). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 6,\ b = 4,\ c = 2,\ d = 3$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 19; 30; 26; 27; 28; 55; Gruppe 2: 31; 41; 48; 10; 24. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 62; 77; 49; 50; 43; 53; 65; 41; 81; 88; nachher: 67; 66; 46; 41; 31; 39; 52; 26; 88; 78. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+;\ W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 4,\ n_2 = 6,\ n_3 = 7;\ R_1 = 14,\ R_2 = 45,\ R_3 = 94$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 4; 27; 40; 5; 10; y: 67; 51; 24; 90; 31 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{503{,}5 - 510}{5{,}4/\sqrt{8}} \approx -3{,}4;\ t_{7;\,0{,}975} \approx 2{,}365 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $\bar{x} = 67{,}6,\ s \approx 2{,}074,\ t \approx 3{,}88;\ t_{4;\,0{,}975} \approx 2{,}776 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{2{,}4}{\sqrt{13}} \approx 0{,}6656;\ 76{,}5 \pm 2{,}179 \cdot 0{,}6656:\ [75{,}05;\ 77{,}95]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{115 \cdot (8 \cdot 52 - 23 \cdot 32)^2}{31 \cdot 84 \cdot 40 \cdot 75} \approx 1{,}51 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{10}{6}\binom{5}{2}}{\binom{15}{8}} = \dfrac{210 \cdot 10}{6435} \approx 0{,}3263$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 2; 4; 5; 6; 7; 11; $R_1 = 35;\ U_1 = 35 - 21 = 14,\ U_2 = 16;\ U = 14;\ U_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: –5; 11; 3; 9; 12; 14; 13; 15; –7; 10; $W^+ = 50,\ W^- = 5;\ W = 5;\ W_{krit} = 8 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 17;\ H = \dfrac{12}{17 \cdot 18}\left(\dfrac{14^2}{4} + \dfrac{45^2}{6} + \dfrac{94^2}{7}\right) - 3 \cdot 18 \approx 10{,}66$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 1; 4; 5; 2; 3; y: 4; 3; 1; 5; 2; $\sum d^2 = 36;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 36}{120} \approx -0{,}8$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0