Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 10,\ \bar{x} = 117{,}7,\ s = 2{,}3,\ H_0: \mu = 120$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) Daten: 86; 94; 89; 85; 88. $H_0: \mu = 87$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 26,\ \bar{x} = 20{,}9,\ s = 4,\ t_{25;\,0{,}975} = 2{,}06$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Mädchen: 10 bzw. 37; Jungen: 35 bzw. 9 (Mathe-Fan bzw. kein Fan). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 4,\ b = 3,\ c = 5,\ d = 1$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 26; 36; 40; 23; 34; 41; Gruppe 2: 42; 43; 48; 44; 12. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 63; 88; 47; 71; 83; 46; 74; 73; nachher: 59; 85; 46; 62; 76; 33; 88; 71. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 6,\ n_2 = 6,\ n_3 = 4;\ R_1 = 25,\ R_2 = 53,\ R_3 = 58$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 24; 8; 19; 4; 6; 13; 15; y: 48; 82; 14; 49; 97; 31; 50 (paarweise). r_S? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{117{,}7 - 120}{2{,}3/\sqrt{10}} \approx -3{,}16;\ t_{9;\,0{,}975} \approx 2{,}262 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $\bar{x} = 88{,}4,\ s \approx 3{,}507,\ t \approx 0{,}89;\ t_{4;\,0{,}975} \approx 2{,}776 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{4}{\sqrt{26}} \approx 0{,}7845;\ 20{,}9 \pm 2{,}06 \cdot 0{,}7845:\ [19{,}28;\ 22{,}52]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{91 \cdot (10 \cdot 9 - 37 \cdot 35)^2}{47 \cdot 44 \cdot 45 \cdot 46} \approx 30{,}87 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{7}{4}\binom{6}{5}}{\binom{13}{9}} = \dfrac{35 \cdot 6}{715} \approx 0{,}2937$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 2; 3; 4; 5; 6; 7; $R_1 = 27;\ U_1 = 27 - 21 = 6,\ U_2 = 24;\ U = 6;\ U_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 4; 3; 1; 9; 7; 13; –14; 2; $W^+ = 28,\ W^- = 8;\ W = 8;\ W_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 16;\ H = \dfrac{12}{16 \cdot 17}\left(\dfrac{25^2}{6} + \dfrac{53^2}{6} + \dfrac{58^2}{4}\right) - 3 \cdot 17 \approx 11{,}35$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 7; 3; 6; 1; 2; 4; 5; y: 3; 6; 1; 4; 7; 2; 5; $\sum d^2 = 88;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 88}{336} \approx -0{,}571$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0