Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 15,\ \bar{x} = 244{,}6,\ s = 15{,}4,\ H_0: \mu = 260$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 25,\ \bar{x} = 32{,}7,\ s = 9{,}1,\ H_0: \mu = 30$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 19,\ \bar{x} = 25{,}6,\ s = 7{,}7,\ t_{18;\,0{,}975} = 2{,}101$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Mädchen: 8 bzw. 22; Jungen: 42 bzw. 46 (Mathe-Fan bzw. kein Fan). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 7,\ b = 1,\ c = 6,\ d = 8$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 34; 28; 43; 36; 50; Gruppe 2: 24; 39; 16; 21; 42. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 52; 68; 88; 61; 82; 60; 51; nachher: 61; 54; 99; 73; 92; 56; 48. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 6,\ n_2 = 7,\ n_3 = 4;\ R_1 = 34,\ R_2 = 67,\ R_3 = 52.\ H$? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 23; 3; 4; 14; 5; y: 95; 56; 30; 83; 65 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{244{,}6 - 260}{15{,}4/\sqrt{15}} \approx -3{,}87;\ t_{14;\,0{,}975} \approx 2{,}145 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \dfrac{32{,}7 - 30}{9{,}1/5} \approx 1{,}48;\ t_{24;\,0{,}975} \approx 2{,}064 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{7{,}7}{\sqrt{19}} \approx 1{,}7665;\ 25{,}6 \pm 2{,}101 \cdot 1{,}7665:\ [21{,}89;\ 29{,}31]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{118 \cdot (8 \cdot 46 - 22 \cdot 42)^2}{30 \cdot 88 \cdot 50 \cdot 68} \approx 4{,}06 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{8}{7}\binom{14}{6}}{\binom{22}{13}} = \dfrac{8 \cdot 3003}{497420} \approx 0{,}0483$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 4; 5; 6; 9; 10; $R_1 = 34$; $U_1 = 34 - 15 = 19$, $U_2 = 6$; $U = 6$; $U_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: –9; 14; –11; –12; –10; 4; 3; $W^+ = 10$, $W^- = 18$; $W = 10$; $W_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 17;\ H = \dfrac{12}{17 \cdot 18}\left(\dfrac{34^2}{6} + \dfrac{67^2}{7} + \dfrac{52^2}{4}\right) - 3 \cdot 18 \approx 5{,}21$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 5; 1; 2; 4; 3; y: 5; 2; 1; 4; 3; $\sum d^2 = 2;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 2}{120} \approx 0{,}9$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0