Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 36,\ \bar{x} = 41{,}4,\ s = 7{,}2,\ H_0: \mu = 50$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 16,\ \bar{x} = 245{,}5,\ s = 11{,}2,\ H_0: \mu = 250$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 17,\ \bar{x} = 61{,}7,\ s = 5{,}2,\ t_{16;\,0{,}975} = 2{,}12$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Mädchen: 45 bzw. 25; Jungen: 58 bzw. 37 (Mathe-Fan bzw. kein Fan). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 8,\ b = 4,\ c = 2,\ d = 4$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 18; 15; 23; 34; 49; Gruppe 2: 44; 29; 35; 19; 24; 31. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 45; 87; 60; 83; 83; 43; nachher: 35; 85; 56; 90; 92; 37. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 6$, $n_2 = 4$, $n_3 = 4$; $R_1 = 23$, $R_2 = 36$, $R_3 = 46$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 18; 6; 8; 26; 20; y: 32; 68; 26; 23; 20 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \frac{41{,}4 - 50}{7{,}2/6} \approx -7{,}17;\ t_{35;\,0{,}975} \approx 2{,}03 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \frac{245{,}5 - 250}{11{,}2/4} \approx -1{,}61;\ t_{15;\,0{,}975} \approx 2{,}131 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{5{,}2}{\sqrt{17}} \approx 1{,}2612;\ 61{,}7 \pm 2{,}12 \cdot 1{,}2612 :\ [59{,}03;\ 64{,}37]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{165 \cdot (45 \cdot 37 - 25 \cdot 58)^2}{70 \cdot 95 \cdot 103 \cdot 62} \approx 0{,}18 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{12}{8}\binom{6}{2}}{\binom{18}{10}} = \frac{495 \cdot 15}{43758} \approx 0{,}1697$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 1; 2; 4; 8; 11; $R_1 = 26$; $U_1 = 26 - 15 = 11$, $U_2 = 19$; $U = 11$; $U_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 10; 2; 4; –7; –9; 6; $W^+ = 12$, $W^- = 9$; $W = 9$; $W_{krit} = 0 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 14;\ H = \frac{12}{14 \cdot 15}\left(\frac{23^2}{6} + \frac{36^2}{4} + \frac{46^2}{4}\right) - 3 \cdot 15 \approx 8{,}78$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 3; 1; 2; 5; 4; y: 4; 5; 3; 2; 1; $\sum d^2 = 36;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 36}{120} \approx -0{,}8$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0