Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 40,\ \bar{x} = 47{,}4,\ s = 2{,}6,\ H_0: \mu = 50$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 20,\ \bar{x} = 64{,}5,\ s = 9{,}5,\ H_0: \mu = 55$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 15,\ \bar{x} = 40{,}6,\ s = 7{,}6,\ t_{14;\,0{,}975} = 2{,}145$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Kurs A: 26 bzw. 37; Kurs B: 34 bzw. 18 (bestanden bzw. nicht bestanden). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 7,\ b = 4,\ c = 1,\ d = 5$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 41; 20; 28; 51; 50; Gruppe 2: 36; 13; 43; 38; 39; 17. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 79; 45; 61; 89; 56; 48; 59; 46; 62; 68; nachher: 82; 39; 59; 81; 41; 53; 63; 47; 73; 58. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+;\ W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 4,\ n_2 = 5,\ n_3 = 6;\ R_1 = 13,\ R_2 = 37,\ R_3 = 70.\ H$? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 5; 31; 3; 21; 33; 35; 19; y: 60; 53; 94; 85; 54; 50; 93 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \frac{47{,}4 - 50}{2{,}6/\sqrt{40}} \approx -6{,}32;\ t_{39;\,0{,}975} \approx 2{,}023 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \frac{64{,}5 - 55}{9{,}5/\sqrt{20}} \approx 4{,}47;\ t_{19;\,0{,}975} \approx 2{,}093 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{7{,}6}{\sqrt{15}} \approx 1{,}9623;\ 40{,}6 \pm 2{,}145 \cdot 1{,}9623 :\ [36{,}39;\ 44{,}81]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{115 \cdot (26 \cdot 18 - 37 \cdot 34)^2}{63 \cdot 52 \cdot 60 \cdot 55} \approx 6{,}64 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{11}{7}\binom{6}{1}}{\binom{17}{8}} = \frac{330 \cdot 6}{24310} \approx 0{,}0814$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 3; 4; 8; 10; 11; $R_1 = 36$; $U_1 = 36 - 15 = 21$, $U_2 = 9$; $U = 9$; $U_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: –3; 6; 2; 8; 15; –5; –4; –1; –11; 10; $W^+ = 33$, $W^- = 22$; $W = 22$; $W_{krit} = 8 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 15;\ H = \frac{12}{15 \cdot 16}\left(\frac{13^2}{4} + \frac{37^2}{5} + \frac{70^2}{6}\right) - 3 \cdot 16 \approx 8{,}64$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 2; 5; 1; 4; 6; 7; 3; y: 4; 2; 7; 5; 3; 1; 6; $\sum d^2 = 104;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 104}{336} \approx -0{,}857$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0