Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) Daten: 67; 63; 63; 66; 64. H_0: μ = 66 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

2) $n = 36$, $\bar{x} = 120$, $s = 10$, H_0: μ = 110 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 19$, $\bar{x} = 53{,}9$, $s = 1{,}4$, $t_{18;\,0{,}975} = 2{,}101$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Medikament: 55 bzw. 24; Placebo: 45 bzw. 9 (geheilt bzw. nicht geheilt). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 4$, $b = 0$, $c = 4$, $d = 1$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 30; 69; 43; 54; Gruppe 2: 33; 42; 36; 28; 25. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 90; 62; 55; 48; 68; 46; 64; 59; nachher: 79; 66; 52; 34; 83; 34; 55; 67. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 5,\ n_2 = 7,\ n_3 = 6;\ R_1 = 32,\ R_2 = 62,\ R_3 = 77.$ H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 15; 28; 12; 39; 20; 35; 8; y: 64; 38; 98; 32; 44; 50; 68 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $\bar{x} = 64{,}6,\ s \approx 1{,}817,\ t \approx -1{,}72;\ t_{4;\,0{,}975} \approx 2{,}776 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $t = \dfrac{120-110}{10/6} = 6;\ t_{35;\,0{,}975} \approx 2{,}03 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{1{,}4}{\sqrt{19}} \approx 0{,}3212;\ 53{,}9 \pm 2{,}101 \cdot 0{,}3212 :\ [53{,}23;\ 54{,}57]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{133 \cdot (55 \cdot 9 - 24 \cdot 45)^2}{79 \cdot 54 \cdot 100 \cdot 33} \approx 3{,}23 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{4}{4}\binom{5}{4}}{\binom{9}{8}} = \dfrac{1 \cdot 5}{9} \approx 0{,}5556$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 3; 7; 8; 9; $R_1 = 27;\ U_1 = 27 - 10 = 17,\ U_2 = 3;\ U = 3;\ U_{krit} = 1 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 11; –4; 3; 14; –15; 12; 9; –8; $W^+ = 23,\ W^- = 13;\ W = 13;\ W_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 18;\ H = \dfrac{12}{18 \cdot 19}\left(\dfrac{32^2}{5} + \dfrac{62^2}{7} + \dfrac{77^2}{6}\right) - 3 \cdot 19 \approx 4{,}13$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 3; 5; 2; 7; 4; 6; 1; y: 5; 2; 7; 1; 3; 4; 6; $\sum d^2 = 104;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 104}{336} \approx -0{,}857$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0