Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 20,\ \bar{x} = 511{,}9,\ s = 23{,}8,\ H_0: \mu = 500$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 25,\ \bar{x} = 53{,}9,\ s = 4{,}3,\ H_0: \mu = 50$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 18,\ \bar{x} = 78{,}1,\ s = 3,\ t_{17;\,0{,}975} = 2{,}11$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Mädchen: 19 bzw. 49; Jungen: 45 bzw. 42 (Mathe-Fan bzw. kein Fan). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 8,\ b = 0,\ c = 4,\ d = 5$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 47; 41; 21; 38; 50; Gruppe 2: 22; 14; 31; 26; 25; 42. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 76; 45; 42; 75; 85; 78; 63; 51; nachher: 63; 38; 51; 71; 74; 93; 58; 48. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+;\ W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 4,\ n_2 = 6,\ n_3 = 4;\ R_1 = 21,\ R_2 = 43,\ R_3 = 41.\ H$? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 2; 24; 3; 31; 9; 14; 27; y: 90; 26; 70; 61; 68; 69; 16 (paarweise). r_S? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{511{,}9 - 500}{23{,}8/\sqrt{20}} \approx 2{,}24;\ t_{19;\,0{,}975} \approx 2{,}093 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \dfrac{53{,}9 - 50}{4{,}3/5} \approx 4{,}53;\ t_{24;\,0{,}975} \approx 2{,}064 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{3}{\sqrt{18}} \approx 0{,}7071;\ 78{,}1 \pm 2{,}11 \cdot 0{,}7071:\ [76{,}61;\ 79{,}59]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{155 \cdot (19 \cdot 42 - 49 \cdot 45)^2}{68 \cdot 87 \cdot 64 \cdot 91} \approx 8{,}91 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{8}{8}\binom{9}{4}}{\binom{17}{12}} = \dfrac{1 \cdot 126}{6188} \approx 0{,}0204$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 2; 7; 8; 10; 11; $R_1 = 38$; $U_1 = 38 - 15 = 23$, $U_2 = 7$; $U = 7$; $U_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 13; 7; –9; 4; 11; –15; 5; 3; $W^+ = 23$, $W^- = 13$; $W = 13$; $W_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 14;\ H = \dfrac{12}{14 \cdot 15}\left(\dfrac{21^2}{4} + \dfrac{43^2}{6} + \dfrac{41^2}{4}\right) - 3 \cdot 15 \approx 2{,}92$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 1; 5; 2; 7; 3; 4; 6; y: 7; 2; 6; 3; 4; 5; 1; $\sum d^2 = 104;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 104}{336} \approx -0{,}857$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0