Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) Daten: 22; 26; 22; 23; 29. H_0: μ = 29 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

2) *n* = 30, $\bar{x}$ = 120,3, *s* = 11,4, H_0: μ = 110 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) *n* = 24, $\bar{x}$ = 81,7, *s* = 2,4, $t_{23;\,0{,}975}$ = 2,069. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Stadt: 36 bzw. 46; Land: 60 bzw. 68 (Rad im Alltag bzw. kein Rad). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) *a* = 1, *b* = 0, *c* = 3, *d* = 2. *P*(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 57; 38; 34; 41; 46; 50; Gruppe 2: 15; 31; 35; 17; 16; 19. *U* = min(U_1; U_2)? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 79; 44; 83; 63; 69; 75; 50; nachher: 66; 29; 88; 66; 63; 89; 46. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 4,\ n_2 = 7,\ n_3 = 6;\ R_1 = 30,\ R_2 = 59,\ R_3 = 64.\ H$? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 33; 31; 24; 26; 2; 29; 15; y: 52; 51; 49; 18; 13; 89; 35 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $\bar{x} = 24{,}4,\ s \approx 3{,}05,\ t \approx -3{,}37;\ t_{4;\,0{,}975} \approx 2{,}776 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \dfrac{120{,}3 - 110}{11{,}4/\sqrt{30}} \approx 4{,}95;\ t_{29;\,0{,}975} \approx 2{,}045 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{2{,}4}{\sqrt{24}} \approx 0{,}4899;\ 81{,}7 \pm 2{,}069 \cdot 0{,}4899 :\ [80{,}69;\ 82{,}71]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{210 \cdot (36 \cdot 68 - 46 \cdot 60)^2}{82 \cdot 128 \cdot 96 \cdot 114} \approx 0{,}18 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{1}{1}\binom{5}{3}}{\binom{6}{4}} = \dfrac{1 \cdot 10}{15} \approx 0{,}6667$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 6; 8; 9; 10; 11; 12; $R_1 = 56;\ U_1 = 56 - 21 = 35,\ U_2 = 1;\ U = 1;\ U_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 13; 15; –5; –3; 6; –14; 4; $W^+ = 18,\ W^- = 10;\ W = 10;\ W_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 17;\ H = \dfrac{12}{17 \cdot 18}\left(\dfrac{30^2}{4} + \dfrac{59^2}{7} + \dfrac{64^2}{6}\right) - 3 \cdot 18 \approx 1{,}1$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 7; 6; 3; 4; 1; 5; 2; y: 6; 5; 4; 2; 1; 7; 3; $\sum d^2 = 12;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 12}{336} \approx 0{,}786$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0