Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 30,\ \bar{x} = 20{,}1,\ s = 4{,}1,\ H_0: \mu = 25$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 12,\ \bar{x} = 50{,}4,\ s = 1{,}9,\ H_0: \mu = 50$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 23,\ \bar{x} = 67,\ s = 4{,}3,\ t_{22;\,0{,}975} = 2{,}074$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Stadt: 48 bzw. 8; Land: 16 bzw. 21 (Rad im Alltag bzw. kein Rad). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 3,\ b = 3,\ c = 0,\ d = 2$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 57; 26; 37; 48; 47; 50; Gruppe 2: 14; 13; 33; 28; 32. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 65; 42; 89; 79; 49; 50; nachher: 61; 27; 87; 70; 57; 49. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 5,\ n_2 = 4,\ n_3 = 5;\ R_1 = 43,\ R_2 = 31,\ R_3 = 31.\ H$? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 38; 20; 12; 6; 3; y: 12; 24; 48; 91; 94 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{20{,}1 - 25}{4{,}1/\sqrt{30}} \approx -6{,}55;\ t_{29;\,0{,}975} \approx 2{,}045 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \dfrac{50{,}4 - 50}{1{,}9/\sqrt{12}} \approx 0{,}73;\ t_{11;\,0{,}975} \approx 2{,}201 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{4{,}3}{\sqrt{23}} \approx 0{,}8966;\ 67 \pm 2{,}074 \cdot 0{,}8966 :\ [65{,}14;\ 68{,}86]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{93 \cdot (48 \cdot 21 - 8 \cdot 16)^2}{56 \cdot 37 \cdot 64 \cdot 29} \approx 18{,}73 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{6}{3}\binom{2}{0}}{\binom{8}{3}} = \dfrac{20 \cdot 1}{56} \approx 0{,}3571$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 3; 7; 8; 9; 10; 11; $R_1 = 48$; $U_1 = 48 - 21 = 27$, $U_2 = 3$; $U = 3$; $U_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 4; 15; 2; 9; –8; 1; $W^+ = 17$, $W^- = 4$; $W = 4$; $W_{krit} = 0 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 14;\ H = \dfrac{12}{14 \cdot 15}\left(\dfrac{43^2}{5} + \dfrac{31^2}{4} + \dfrac{31^2}{5}\right) - 3 \cdot 15 \approx 0{,}84$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 5; 4; 3; 2; 1; y: 1; 2; 3; 4; 5; $\sum d^2 = 40;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 40}{120} \approx -1$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0