Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 36,\ \bar{x} = 510{,}1,\ s = 9{,}2,\ H_0: \mu = 500$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) Daten: 86; 83; 88; 85; 93. $H_0: \mu = 86$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 18,\ \bar{x} = 84{,}3,\ s = 4,\ t_{17;\,0{,}975} = 2{,}11$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Sportler: 68 bzw. 65; Nichtsportler: 16 bzw. 14 (erkältet bzw. nicht erkältet). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 6,\ b = 1,\ c = 1,\ d = 5$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 37; 35; 26; 42; Gruppe 2: 16; 34; 17; 39; 32. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 82; 85; 89; 86; 76; 44; nachher: 80; 80; 81; 72; 67; 56. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 7,\ n_2 = 4,\ n_3 = 5;\ R_1 = 37,\ R_2 = 38,\ R_3 = 61.\ H$? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 27; 4; 8; 30; 18; 10; 40; y: 61; 60; 11; 68; 64; 16; 87 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{510{,}1 - 500}{9{,}2/6} \approx 6{,}59;\ t_{35;\,0{,}975} \approx 2{,}03 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $\bar{x} = 87,\ s \approx 3{,}808,\ t \approx 0{,}59;\ t_{4;\,0{,}975} \approx 2{,}776 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{4}{\sqrt{18}} \approx 0{,}9428;\ 84{,}3 \pm 2{,}11 \cdot 0{,}9428:\ [82{,}31;\ 86{,}29]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{163 \cdot (68 \cdot 14 - 65 \cdot 16)^2}{133 \cdot 30 \cdot 84 \cdot 79} \approx 0{,}05 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{7}{6}\binom{6}{1}}{\binom{13}{7}} = \dfrac{7 \cdot 6}{1716} \approx 0{,}0245$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 3; 6; 7; 9; $R_1 = 25;\ U_1 = 25 - 10 = 15,\ U_2 = 5;\ U = 5;\ U_{krit} = 1 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 2; 5; 8; 14; 9; –12; $W^+ = 16,\ W^- = 5;\ W = 5;\ W_{krit} = 0 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 16;\ H = \dfrac{12}{16 \cdot 17}\left(\dfrac{37^2}{7} + \dfrac{38^2}{4} + \dfrac{61^2}{5}\right) - 3 \cdot 17 \approx 6{,}39$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 5; 1; 2; 6; 4; 3; 7; y: 4; 3; 1; 6; 5; 2; 7; $\sum d^2 = 8;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 8}{336} \approx 0{,}857$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0