Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 12,\ \bar{x} = 27{,}7,\ s = 11,\ H_0: \mu = 20$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 16,\ \bar{x} = 517{,}8,\ s = 19{,}6,\ H_0: \mu = 510$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 9,\ \bar{x} = 76{,}1,\ s = 2{,}8,\ t_{8;\,0{,}975} = 2{,}306$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Medikament: 55 bzw. 24; Placebo: 19 bzw. 15 (geheilt bzw. nicht geheilt). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 8,\ b = 2,\ c = 0,\ d = 1$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 37; 35; 51; 38; 65; Gruppe 2: 16; 43; 17; 47; 13. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 89; 50; 86; 48; 44; 49; 56; 63; 80; 57; nachher: 77; 36; 79; 40; 31; 58; 66; 59; 75; 46. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+;\ W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 6,\ n_2 = 6,\ n_3 = 4;\ R_1 = 57,\ R_2 = 52,\ R_3 = 27$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 18; 36; 13; 27; 34; 11; 39; y: 76; 74; 14; 88; 29; 13; 89 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{27{,}7 - 20}{11/\sqrt{12}} \approx 2{,}42;\ t_{11;\,0{,}975} \approx 2{,}201 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \dfrac{517{,}8 - 510}{19{,}6/4} \approx 1{,}59;\ t_{15;\,0{,}975} \approx 2{,}131 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{2{,}8}{\sqrt{9}} \approx 0{,}9333;\ 76{,}1 \pm 2{,}306 \cdot 0{,}9333:\ [73{,}95;\ 78{,}25]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{113 \cdot (55 \cdot 15 - 24 \cdot 19)^2}{79 \cdot 34 \cdot 74 \cdot 39} \approx 1{,}98 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{10}{8}\binom{1}{0}}{\binom{11}{8}} = \dfrac{45 \cdot 1}{165} \approx 0{,}2727$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 4; 5; 6; 9; 10; $R_1 = 34$; $U_1 = 34 - 15 = 19$, $U_2 = 6$; $U = 6$; $U_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 12; 14; 7; 8; 13; –9; –10; 4; 5; 11; $W^+ = 44$, $W^- = 11$; $W = 11$; $W_{krit} = 8 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 16;\ H = \dfrac{12}{16 \cdot 17}\left(\dfrac{57^2}{6} + \dfrac{52^2}{6} + \dfrac{27^2}{4}\right) - 3 \cdot 17 \approx 0{,}81$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 3; 6; 2; 4; 5; 1; 7; y: 5; 4; 2; 6; 3; 1; 7; $\sum d^2 = 16;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 16}{336} \approx 0{,}714$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0