Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 12,\ \bar{x} = 257{,}4,\ s = 12{,}2,\ H_0: \mu = 255$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 25,\ \bar{x} = 510,\ s = 12{,}6,\ H_0: \mu = 505$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 12,\ \bar{x} = 50{,}6,\ s = 2{,}1,\ t_{11;\,0{,}975} = 2{,}201$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Medikament: 17 bzw. 25; Placebo: 27 bzw. 18 (geheilt bzw. nicht geheilt). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 1,\ b = 6,\ c = 2,\ d = 5$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 33; 30; 51; 31; 48; 44; Gruppe 2: 24; 12; 50; 39. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 49; 82; 55; 54; 71; 50; 53; 90; 85; nachher: 36; 74; 60; 68; 65; 61; 44; 89; 75. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 6,\ n_2 = 5,\ n_3 = 5;\ R_1 = 34,\ R_2 = 41,\ R_3 = 61.\ H$? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 16; 34; 12; 15; 38; 5; 14; 8; y: 97; 94; 85; 69; 87; 34; 71; 66 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{257{,}4 - 255}{12{,}2/\sqrt{12}} \approx 0{,}68;\ t_{11;\,0{,}975} \approx 2{,}201 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $t = \dfrac{510 - 505}{12{,}6/5} \approx 1{,}98;\ t_{24;\,0{,}975} \approx 2{,}064 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{2{,}1}{\sqrt{12}} \approx 0{,}6062;\ 50{,}6 \pm 2{,}201 \cdot 0{,}6062 :\ [49{,}27;\ 51{,}93]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{87 \cdot (17 \cdot 18 - 25 \cdot 27)^2}{42 \cdot 45 \cdot 44 \cdot 43} \approx 3{,}31 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{7}{1}\binom{7}{2}}{\binom{14}{3}} = \dfrac{7 \cdot 21}{364} \approx 0{,}4038$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 3; 4; 5; 7; 8; 10; $R_1 = 37$; $U_1 = 37 - 21 = 16$, $U_2 = 8$; $U = 8$; $U_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 13; 8; –5; –14; 6; –11; 9; 1; 10; $W^+ = 27$, $W^- = 18$; $W = 18$; $W_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 16;\ H = \dfrac{12}{16 \cdot 17}\left(\dfrac{34^2}{6} + \dfrac{41^2}{5} + \dfrac{61^2}{5}\right) - 3 \cdot 17 \approx 5{,}16$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 6; 7; 3; 5; 8; 1; 4; 2; y: 8; 7; 5; 3; 6; 1; 4; 2; $\sum d^2 = 16;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 16}{504} \approx 0{,}81$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0