Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) Daten: 78; 78; 71; 81; 82. H_0: μ = 74 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

2) $n = 9$, $\bar{x} = 125{,}3$, $s = 7{,}9$, H_0: μ = 130 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 6$, $\bar{x} = 52{,}2$, $s = 4{,}1$, $t_{5;\,0{,}975} = 2{,}571$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Mädchen: 14 bzw. 48; Jungen: 32 bzw. 37 (Mathe-Fan bzw. kein Fan). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 8$, $b = 1$, $c = 1$, $d = 7$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 47; 44; 33; 56; 51; Gruppe 2: 45; 29; 10; 48. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 57; 48; 51; 56; 43; 79; 88; 49; nachher: 51; 44; 53; 48; 33; 74; 103; 46. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 4,\ n_2 = 4,\ n_3 = 7;\ R_1 = 16,\ R_2 = 26,\ R_3 = 78$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 38; 11; 32; 24; 23; 28; 35; y: 95; 62; 70; 69; 21; 83; 87 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $\bar{x} = 78,\ s \approx 4{,}301,\ t \approx 2{,}08;\ t_{4;\,0{,}975} \approx 2{,}776 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $t = \dfrac{125{,}3 - 130}{7{,}9/3} \approx -1{,}78;\ t_{8;\,0{,}975} \approx 2{,}306 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{4{,}1}{\sqrt{6}} \approx 1{,}6738;\ 52{,}2 \pm 2{,}571 \cdot 1{,}6738 :\ [47{,}9;\ 56{,}5]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{131 \cdot (14 \cdot 37 - 48 \cdot 32)^2}{62 \cdot 69 \cdot 46 \cdot 85} \approx 8{,}12 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{9}{8}\binom{8}{1}}{\binom{17}{9}} = \dfrac{9 \cdot 8}{24310} \approx 0{,}003$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 3; 4; 6; 8; 9; $R_1 = 30;\ U_1 = 30 - 15 = 15,\ U_2 = 5;\ U = 5;\ U_{krit} = 1 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 6; 4; –2; 8; 10; 5; –15; 3; $W^+ = 27,\ W^- = 9;\ W = 9;\ W_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 15;\ H = \dfrac{12}{15 \cdot 16}\left(\dfrac{16^2}{4} + \dfrac{26^2}{4} + \dfrac{78^2}{7}\right) - 3 \cdot 16 \approx 7{,}11$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 7; 1; 5; 3; 2; 4; 6; y: 7; 2; 4; 3; 1; 5; 6; $\sum d^2 = 4;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 4}{336} \approx 0{,}929$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0