Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 9,\ \bar{x} = 122,\ s = 1{,}7,\ H_0: \mu = 120$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) Daten: 14; 18; 13; 12; 17; 20. $H_0: \mu = 18$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 24,\ \bar{x} = 35{,}3,\ s = 2{,}8,\ t_{23;\,0{,}975} = 2{,}069$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): $?^2 = N \cdot (a{\cdot}d - b{\cdot}c)^2 : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d))$, auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Medikament: 32 bzw. 62; Placebo: 8 bzw. 8 (geheilt bzw. nicht geheilt). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 8,\ b = 6,\ c = 3,\ d = 2$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 45; 56; 25; 53; 49; Gruppe 2: 29; 32; 40; 48; 26; 33. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 65; 52; 89; 59; 60; 45; nachher: 68; 43; 78; 74; 47; 31. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 6,\ n_2 = 4,\ n_3 = 5;\ R_1 = 27,\ R_2 = 40,\ R_3 = 53.\ H$? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 23; 13; 21; 37; 19; 27; y: 45; 83; 77; 69; 88; 30 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \frac{122-120}{1{,}7/3} \approx 3{,}53;\ t_{8;\,0{,}975} \approx 2{,}306 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $\bar{x} \approx 15{,}667,\ s \approx 3{,}141,\ t \approx -1{,}82;\ t_{5;\,0{,}975} \approx 2{,}571 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{2{,}8}{\sqrt{24}} \approx 0{,}5715;\ 35{,}3 \pm 2{,}069 \cdot 0{,}5715:\ [34{,}12;\ 36{,}48]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{110 \cdot (32 \cdot 8 - 62 \cdot 8)^2}{94 \cdot 16 \cdot 40 \cdot 70} \approx 1{,}5 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{14}{8}\binom{5}{3}}{\binom{19}{11}} = \frac{3003 \cdot 10}{75582} \approx 0{,}3973$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 1; 7; 9; 10; 11; $R_1 = 38;\ U_1 = 38 - 15 = 23,\ U_2 = 7;\ U = 7;\ U_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: –3; 9; 11; –15; 13; 14; $W^+ = 14,\ W^- = 7;\ W = 7;\ W_{krit} = 0 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 15;\ H = \frac{12}{15 \cdot 16}\left(\frac{27^2}{6} + \frac{40^2}{4} + \frac{53^2}{5}\right) - 3 \cdot 16 \approx 6{,}16$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 4; 1; 3; 6; 2; 5; y: 2; 5; 4; 3; 6; 1; $\sum d^2 = 62;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 62}{210} \approx -0{,}771$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0