Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) Daten: 58; 59; 66; 66; 60; 57. H_0: μ = 66 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

2) Daten: 15; 11; 13; 17; 16. H_0: μ = 16 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 11$, $\bar{x} = 87{,}1$, $s = 2{,}2$, $t_{10;\,0{,}975} = 2{,}228$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Sportler: 47 bzw. 69; Nichtsportler: 10 bzw. 66 (erkältet bzw. nicht erkältet). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 7$, $b = 5$, $c = 0$, $d = 7$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 48; 51; 62; 36; Gruppe 2: 40; 31; 32; 39; 21. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 41; 60; 75; 65; 57; 50; 76; 50; 79; nachher: 32; 45; 70; 62; 44; 40; 68; 38; 68. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 4,\ n_2 = 7,\ n_3 = 4;\ R_1 = 20,\ R_2 = 69,\ R_3 = 31$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 12; 11; 2; 17; 22; 39; y: 41; 21; 12; 26; 42; 91 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $\bar{x} = 61,\ s \approx 4,\ t \approx -3{,}06;\ t_{5;\,0{,}975} \approx 2{,}571 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $\bar{x} = 14{,}4,\ s \approx 2{,}408,\ t \approx -1{,}49;\ t_{4;\,0{,}975} \approx 2{,}776 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{2{,}2}{\sqrt{11}} \approx 0{,}6633;\ 87{,}1 \pm 2{,}228 \cdot 0{,}6633:\ [85{,}62;\ 88{,}58]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{192 \cdot (47 \cdot 66 - 69 \cdot 10)^2}{116 \cdot 76 \cdot 57 \cdot 135} \approx 16{,}47 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{12}{7}\binom{7}{0}}{\binom{19}{7}} = \frac{792 \cdot 1}{50388} \approx 0{,}0157$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 4; 7; 8; 9; $R_1 = 28;\ U_1 = 28 - 10 = 18,\ U_2 = 2;\ U = 2;\ U_{krit} = 1 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 9; 15; 5; 3; 13; 10; 8; 12; 11; $W^+ = 45,\ W^- = 0;\ W = 0;\ W_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 15;\ H = \frac{12}{15 \cdot 16}\left(\frac{20^2}{4} + \frac{69^2}{7} + \frac{31^2}{4}\right) - 3 \cdot 16 \approx 3{,}02$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 3; 2; 1; 4; 5; 6; y: 4; 2; 1; 3; 5; 6; $\sum d^2 = 2;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 2}{210} \approx 0{,}943$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0