Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 40,\ \bar{x} = 234{,}2,\ s = 15{,}8,\ H_0: \mu = 250$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) Daten: 94; 83; 91; 87; 87; 94. $H_0: \mu = 92$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 11,\ \bar{x} = 21{,}2,\ s = 3{,}8,\ t_{10;\,0{,}975} = 2{,}228$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Medikament: 67 bzw. 36; Placebo: 45 bzw. 37 (geheilt bzw. nicht geheilt). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 3,\ b = 5,\ c = 2,\ d = 7$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 52; 45; 54; 38; 47; 21; Gruppe 2: 19; 39; 30; 22; 26; 13. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 79; 82; 88; 89; 49; 72; 45; 89; 53; nachher: 70; 79; 78; 84; 36; 58; 33; 87; 47. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 6,\ n_2 = 4,\ n_3 = 7;\ R_1 = 26,\ R_2 = 36,\ R_3 = 91.$ H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 21; 18; 19; 14; 39; 6; 31; y: 52; 99; 65; 67; 48; 83; 20 (paarweise). r_S? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{234{,}2 - 250}{15{,}8/\sqrt{40}} \approx -6{,}32;\ t_{39;\,0{,}975} \approx 2{,}023 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $\bar{x} \approx 89{,}333,\ s \approx 4{,}412,\ t \approx -1{,}48;\ t_{5;\,0{,}975} \approx 2{,}571 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{3{,}8}{\sqrt{11}} \approx 1{,}1457;\ 21{,}2 \pm 2{,}228 \cdot 1{,}1457:\ [18{,}65;\ 23{,}75]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{185 \cdot (67 \cdot 37 - 36 \cdot 45)^2}{103 \cdot 82 \cdot 112 \cdot 73} \approx 1{,}98 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{8}{3}\binom{9}{2}}{\binom{17}{5}} = \dfrac{56 \cdot 36}{6188} \approx 0{,}3258$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 3; 7; 9; 10; 11; 12; $R_1 = 52;\ U_1 = 52 - 21 = 31,\ U_2 = 5;\ U = 5;\ U_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 9; 3; 10; 5; 13; 14; 12; 2; 6; $W^+ = 45,\ W^- = 0;\ W = 0;\ W_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 17;\ H = \dfrac{12}{17 \cdot 18}\left(\dfrac{26^2}{6} + \dfrac{36^2}{4} + \dfrac{91^2}{7}\right) - 3 \cdot 18 \approx 9{,}52$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 5; 3; 4; 2; 7; 1; 6; y: 3; 7; 4; 5; 2; 6; 1; $\sum d^2 = 104;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 104}{336} \approx -0{,}857$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0