Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 40,\ \bar{x} = 258{,}9,\ s = 5{,}6,\ H_0: \mu = 255$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 10,\ \bar{x} = 25{,}9,\ s = 11{,}7,\ H_0: \mu = 20$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 10,\ \bar{x} = 46{,}1,\ s = 5{,}2,\ t_{9;\,0{,}975} = 2{,}262$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): $?^2 = N \cdot (a{\cdot}d - b{\cdot}c)^2 : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d))$, auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Mädchen: 11 bzw. 22; Jungen: 39 bzw. 54 (Mathe-Fan bzw. kein Fan). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 3,\ b = 5,\ c = 4,\ d = 4$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 15; 10; 19; 47; 30; 26; Gruppe 2: 11; 14; 23; 12. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 51; 82; 42; 89; 49; 41; 40; 64; 45; nachher: 65; 76; 43; 85; 51; 29; 25; 55; 40. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 4,\ n_2 = 4,\ n_3 = 7;\ R_1 = 19,\ R_2 = 31,\ R_3 = 70$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 25; 13; 30; 29; 11; 7; 20; 19; y: 60; 32; 19; 11; 77; 78; 41; 63 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{258{,}9 - 255}{5{,}6/\sqrt{40}} \approx 4{,}4;\ t_{39;\,0{,}975} \approx 2{,}023 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \dfrac{25{,}9 - 20}{11{,}7/\sqrt{10}} \approx 1{,}59;\ t_{9;\,0{,}975} \approx 2{,}262 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{5{,}2}{\sqrt{10}} \approx 1{,}6444;\ 46{,}1 \pm 2{,}262 \cdot 1{,}6444 :\ [42{,}38;\ 49{,}82]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{126 \cdot (11 \cdot 54 - 22 \cdot 39)^2}{33 \cdot 93 \cdot 50 \cdot 76} \approx 0{,}75 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{8}{3}\binom{8}{4}}{\binom{16}{7}} = \dfrac{56 \cdot 70}{11440} \approx 0{,}3427$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 1; 5; 6; 8; 9; 10; $R_1 = 39$; $U_1 = 39 - 21 = 18$, $U_2 = 6$; $U = 6$; $U_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: –14; 6; –1; 4; –2; 12; 15; 9; 5; $W^+ = 34$, $W^- = 11$; $W = 11$; $W_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 15;\ H = \dfrac{12}{15 \cdot 16}\left(\dfrac{19^2}{4} + \dfrac{31^2}{4} + \dfrac{70^2}{7}\right) - 3 \cdot 16 \approx 3{,}53$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 6; 3; 8; 7; 2; 1; 5; 4; y: 5; 3; 2; 1; 7; 8; 4; 6; $\sum d^2 = 152;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 152}{504} \approx -0{,}81$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0