Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 16,\ \bar{x} = 51{,}4,\ s = 10{,}8,\ H_0: \mu = 60$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 8,\ \bar{x} = 41{,}7,\ s = 9{,}2,\ H_0: \mu = 50$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 26,\ \bar{x} = 37{,}7,\ s = 2{,}9,\ t_{25;\,0{,}975} = 2{,}06$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Stadt: 9 bzw. 31; Land: 66 bzw. 68 (Rad im Alltag bzw. kein Rad). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 4,\ b = 4,\ c = 4,\ d = 4$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 26; 29; 21; 49; Gruppe 2: 50; 48; 36; 32; 10; 42. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 54; 58; 48; 56; 44; 51; 61; 88; 74; 51; nachher: 49; 43; 35; 50; 35; 47; 75; 81; 66; 48. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 6,\ n_2 = 4,\ n_3 = 7;\ R_1 = 22,\ R_2 = 40,\ R_3 = 91$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 25; 39; 13; 19; 37; 20; 12; y: 51; 25; 86; 33; 28; 56; 80 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \frac{51{,}4 - 60}{10{,}8/4} \approx -3{,}19;\ t_{15;\,0{,}975} \approx 2{,}131 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \frac{41{,}7 - 50}{9{,}2/\sqrt{8}} \approx -2{,}55;\ t_{7;\,0{,}975} \approx 2{,}365 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{2{,}9}{\sqrt{26}} \approx 0{,}5687;\ 37{,}7 \pm 2{,}06 \cdot 0{,}5687:\ [36{,}53;\ 38{,}87]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{174 \cdot (9 \cdot 68 - 31 \cdot 66)^2}{40 \cdot 134 \cdot 75 \cdot 99} \approx 8{,}99 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{8}{4}\binom{8}{4}}{\binom{16}{8}} = \frac{70 \cdot 70}{12870} \approx 0{,}3807$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 2; 3; 4; 9; $R_1 = 18$; $U_1 = 18 - 10 = 8$, $U_2 = 16$; $U = 8$; $U_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 5; 15; 13; 6; 9; 4; –14; 7; 8; 3; $W^+ = 46$, $W^- = 9$; $W = 9$; $W_{krit} = 8 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 17;\ H = \frac{12}{17 \cdot 18}\left(\frac{22^2}{6} + \frac{40^2}{4} + \frac{91^2}{7}\right) - 3 \cdot 18 \approx 11{,}24$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 5; 7; 2; 3; 6; 4; 1; y: 4; 1; 7; 3; 2; 5; 6; $\sum d^2 = 104;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 104}{336} \approx -0{,}857$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0