Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 16,\ \bar{x} = 102{,}6,\ s = 4{,}3,\ H_0: \mu = 100$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 12,\ \bar{x} = 57{,}1,\ s = 10{,}5,\ H_0: \mu = 55$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 12,\ \bar{x} = 53{,}2,\ s = 2,\ t_{11;\,0{,}975} = 2{,}201$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Medikament: 57 bzw. 54; Placebo: 64 bzw. 13 (geheilt bzw. nicht geheilt). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 3,\ b = 4,\ c = 2,\ d = 4$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 37; 36; 29; 27; 40; Gruppe 2: 47; 48; 33; 32; 46. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 70; 88; 61; 77; 85; 51; 60; 43; 44; nachher: 59; 83; 51; 71; 92; 42; 58; 29; 31. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 5,\ n_2 = 6,\ n_3 = 5;\ R_1 = 22,\ R_2 = 56,\ R_3 = 58.$ H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 4; 10; 11; 29; 8; y: 14; 23; 67; 84; 22 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{102{,}6 - 100}{4{,}3/4} \approx 2{,}42;\ t_{15;\,0{,}975} \approx 2{,}131 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \dfrac{57{,}1 - 55}{10{,}5/\sqrt{12}} \approx 0{,}69;\ t_{11;\,0{,}975} \approx 2{,}201 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{2}{\sqrt{12}} \approx 0{,}5774;\ 53{,}2 \pm 2{,}201 \cdot 0{,}5774 :\ [51{,}93;\ 54{,}47]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{188 \cdot (57 \cdot 13 - 54 \cdot 64)^2}{111 \cdot 77 \cdot 121 \cdot 67} \approx 20 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{7}{3}\binom{6}{2}}{\binom{13}{5}} = \dfrac{35 \cdot 15}{1287} \approx 0{,}4079$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 1; 2; 5; 6; 7; $R_1 = 21$; $U_1 = 21 - 15 = 6$, $U_2 = 19$; $U = 6$; $U_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 11; 5; 10; 6; –7; 9; 2; 14; 13; $W^+ = 41$, $W^- = 4$; $W = 4$; $W_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 16;\ H = \dfrac{12}{16 \cdot 17}\left(\dfrac{22^2}{5} + \dfrac{56^2}{6} + \dfrac{58^2}{5}\right) - 3 \cdot 17 \approx 6{,}01$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 1; 3; 4; 5; 2; y: 1; 3; 4; 5; 2; $\sum d^2 = 0;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 0}{120} \approx 1$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0