Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 30,\ \bar{x} = 130,\ s = 8{,}3,\ H_0: \mu = 120$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) Daten: 12; 23; 15; 12; 20; 22. $H_0: \mu = 16$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 17,\ \bar{x} = 28{,}1,\ s = 7{,}9,\ t_{16;\,0{,}975} = 2{,}12$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Stadt: 36 bzw. 18; Land: 51 bzw. 70 (Rad im Alltag bzw. kein Rad). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 4,\ b = 5,\ c = 0,\ d = 8$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 65; 52; 45; 55; 44; Gruppe 2: 50; 39; 30; 28; 32; 43. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 89; 55; 61; 51; 67; 83; 60; 64; 49; nachher: 81; 59; 58; 38; 72; 82; 70; 58; 42. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 4,\ n_2 = 5,\ n_3 = 7;\ R_1 = 24,\ R_2 = 53,\ R_3 = 59$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 14; 24; 27; 18; 11; 32; 25; 30; y: 27; 69; 50; 72; 60; 99; 28; 88 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \frac{130-120}{8{,}3/\sqrt{30}} \approx 6{,}6;\ t_{29;\,0{,}975} \approx 2{,}045 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $\bar{x} \approx 17{,}333,\ s \approx 4{,}967,\ t \approx 0{,}66;\ t_{5;\,0{,}975} \approx 2{,}571 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{7{,}9}{\sqrt{17}} \approx 1{,}916;\ 28{,}1 \pm 2{,}12 \cdot 1{,}916:\ [24{,}04;\ 32{,}16]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{175 \cdot (36 \cdot 70 - 18 \cdot 51)^2}{54 \cdot 121 \cdot 87 \cdot 88} \approx 8{,}98 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{9}{4}\binom{8}{0}}{\binom{17}{4}} = \frac{126 \cdot 1}{2380} \approx 0{,}0529$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 6; 7; 9; 10; 11; $R_1 = 43;\ U_1 = 43 - 15 = 28,\ U_2 = 2;\ U = 2;\ U_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 8; –4; 3; 13; –5; 1; –10; 6; 7; $W^+ = 30,\ W^- = 15;\ W = 15;\ W_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 16;\ H = \frac{12}{16 \cdot 17}\left(\frac{24^2}{4} + \frac{53^2}{5} + \frac{59^2}{7}\right) - 3 \cdot 17 \approx 2{,}08$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 2; 4; 6; 3; 1; 8; 5; 7; y: 1; 5; 3; 6; 4; 8; 2; 7; $\sum d^2 = 38;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 38}{504} \approx 0{,}548$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0