Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) Daten: 83; 83; 84; 91; 80. H_0: μ = 87 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

2) $n = 36$, $\bar{x} = 35{,}6$, $s = 6{,}2$, H_0: μ = 30 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 18$, $\bar{x} = 65{,}9$, $s = 2{,}2$, $t_{17;\,0{,}975} = 2{,}11$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Mädchen: 14 bzw. 19; Jungen: 11 bzw. 18 (Mathe-Fan bzw. kein Fan). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 2$, $b = 1$, $c = 1$, $d = 7$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 50; 66; 59; 49; Gruppe 2: 35; 46; 37; 27; 39; 44. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 85; 48; 68; 73; 42; 83; 45; 67; 67; nachher: 82; 40; 66; 83; 38; 70; 51; 74; 62. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 4,\ n_2 = 4,\ n_3 = 4;\ R_1 = 10,\ R_2 = 28,\ R_3 = 40$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 40; 15; 28; 38; 13; 26; y: 99; 54; 72; 61; 38; 82 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $\bar{x} = 84{,}2,\ s \approx 4{,}087,\ t \approx -1{,}53;\ t_{4;\,0{,}975} \approx 2{,}776 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $t = \dfrac{35{,}6 - 30}{6{,}2/6} \approx 5{,}42;\ t_{35;\,0{,}975} \approx 2{,}03 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{2{,}2}{\sqrt{18}} \approx 0{,}5185;\ 65{,}9 \pm 2{,}11 \cdot 0{,}5185:\ [64{,}81;\ 66{,}99]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{62 \cdot (14 \cdot 18 - 19 \cdot 11)^2}{33 \cdot 29 \cdot 25 \cdot 37} \approx 0{,}13 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{3}{2}\binom{8}{1}}{\binom{11}{3}} = \dfrac{3 \cdot 8}{165} \approx 0{,}1455$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 7; 8; 9; 10; $R_1 = 34;\ U_1 = 34 - 10 = 24,\ U_2 = 0;\ U = 0;\ U_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 3; 8; 2; –10; 4; 13; –6; –7; 5; $W^+ = 26,\ W^- = 19;\ W = 19;\ W_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 12;\ H = \dfrac{12}{12 \cdot 13}\left(\dfrac{10^2}{4} + \dfrac{28^2}{4} + \dfrac{40^2}{4}\right) - 3 \cdot 13 \approx 8{,}77$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 6; 2; 4; 5; 1; 3; y: 6; 2; 4; 3; 1; 5; $\sum d^2 = 8;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 8}{210} \approx 0{,}771$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0