Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 36,\ \bar{x} = 516{,}4,\ s = 21{,}4,\ H_0: \mu = 510$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 30,\ \bar{x} = 12{,}6,\ s = 6{,}2,\ H_0: \mu = 20$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 6,\ \bar{x} = 69{,}6,\ s = 4,\ t_{5;\,0{,}975} = 2{,}571$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Sportler: 56 bzw. 10; Nichtsportler: 55 bzw. 65 (erkältet bzw. nicht erkältet). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 3,\ b = 3,\ c = 4,\ d = 6$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 34; 55; 49; 52; 40; 60; Gruppe 2: 20; 43; 37; 15; 47; 10. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 51; 48; 68; 90; 46; 85; nachher: 58; 40; 72; 85; 32; 75. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 7,\ n_2 = 7,\ n_3 = 4;\ R_1 = 34,\ R_2 = 77,\ R_3 = 60.\ H$? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 4; 30; 27; 12; 23; y: 58; 34; 55; 60; 19 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{516{,}4 - 510}{21{,}4/6} \approx 1{,}79;\ t_{35;\,0{,}975} \approx 2{,}03 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $t = \dfrac{12{,}6 - 20}{6{,}2/\sqrt{30}} \approx -6{,}54;\ t_{29;\,0{,}975} \approx 2{,}045 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{4}{\sqrt{6}} \approx 1{,}633;\ 69{,}6 \pm 2{,}571 \cdot 1{,}633 :\ [65{,}4;\ 73{,}8]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{186 \cdot (56 \cdot 65 - 10 \cdot 55)^2}{66 \cdot 120 \cdot 111 \cdot 75} \approx 26{,}94 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{6}{3}\binom{10}{4}}{\binom{16}{7}} = \dfrac{20 \cdot 210}{11440} \approx 0{,}3671$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 4; 6; 9; 10; 11; 12; $R_1 = 52$; $U_1 = 52 - 21 = 31$, $U_2 = 5$; $U = 5$; $U_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: –7; 8; –4; 5; 14; 10; $W^+ = 17$, $W^- = 4$; $W = 4$; $W_{krit} = 0 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 18;\ H = \dfrac{12}{18 \cdot 19}\left(\dfrac{34^2}{7} + \dfrac{77^2}{7} + \dfrac{60^2}{4}\right) - 3 \cdot 19 \approx 10{,}09$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 1; 5; 4; 2; 3; y: 4; 2; 3; 5; 1; $\sum d^2 = 32;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 32}{120} \approx -0{,}6$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0