Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 36,\ \bar{x} = 248{,}3,\ s = 3{,}4,\ H_0: \mu = 250$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) Daten: 33; 25; 23; 33; 33. $H_0: \mu = 26$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 20,\ \bar{x} = 31{,}4,\ s = 3,\ t_{19;\,0{,}975} = 2{,}093$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): $?^2 = N \cdot (a{\cdot}d - b{\cdot}c)^2 : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d))$, auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Sportler: 69 bzw. 15; Nichtsportler: 39 bzw. 46 (erkältet bzw. nicht erkältet). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 2,\ b = 6,\ c = 0,\ d = 4$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 20; 33; 18; 17; Gruppe 2: 40; 48; 39; 43; 19. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 90; 87; 83; 45; 79; 51; nachher: 80; 74; 72; 57; 71; 58. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 4$, $n_2 = 5$, $n_3 = 4$; $R_1 = 24$, $R_2 = 30$, $R_3 = 37$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 39; 33; 29; 40; 37; y: 40; 22; 21; 61; 41 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \frac{248{,}3 - 250}{3{,}4/6} = -3;\ t_{35;\,0{,}975} \approx 2{,}03 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $\bar{x} = 29{,}4,\ s \approx 4{,}98,\ t \approx 1{,}53;\ t_{4;\,0{,}975} \approx 2{,}776 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{3}{\sqrt{20}} \approx 0{,}6708;\ 31{,}4 \pm 2{,}093 \cdot 0{,}6708 :\ [30;\ 32{,}8]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{169 \cdot (69 \cdot 46 - 15 \cdot 39)^2}{84 \cdot 85 \cdot 108 \cdot 61} \approx 24{,}08 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{8}{2}\binom{4}{0}}{\binom{12}{2}} = \frac{28 \cdot 1}{66} \approx 0{,}4242$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 1; 2; 4; 5; $R_1 = 12;\ U_1 = 12 - 10 = 2,\ U_2 = 18;\ U = 2;\ U_{krit} = 1 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 10; 13; 11; –12; 8; –7; $W^+ = 15,\ W^- = 6;\ W = 6;\ W_{krit} = 0 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 13;\ H = \frac{12}{13 \cdot 14}\left(\frac{24^2}{4} + \frac{30^2}{5} + \frac{37^2}{4}\right) - 3 \cdot 14 \approx 1{,}93$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 4; 2; 1; 5; 3; y: 3; 2; 1; 5; 4; $\sum d^2 = 2;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 2}{120} \approx 0{,}9$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0