Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) Daten: 9; 10; 20; 21; 16; 10. H_0: μ = 16 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

2) *n* = 40, $\bar{x}$ = 260,9, *s* = 14,8, H_0: μ = 255 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) *n* = 13, $\bar{x}$ = 29,1, *s* = 1,7, $t_{12;\,0{,}975}$ = 2,179. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Sportler: 48 bzw. 46; Nichtsportler: 34 bzw. 41 (erkältet bzw. nicht erkältet). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) *a* = 3, *b* = 2, *c* = 0, *d* = 3. *P*(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 46; 44; 32; 55; Gruppe 2: 40; 35; 24; 47; 18. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 50; 69; 77; 44; 47; 67; 40; nachher: 38; 60; 70; 36; 33; 72; 36. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 5,\ n_2 = 4,\ n_3 = 5;\ R_1 = 21,\ R_2 = 29,\ R_3 = 55$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 34; 15; 2; 21; 30; 35; 11; y: 18; 46; 77; 36; 38; 19; 45 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $\bar{x} \approx 14{,}333,\ s \approx 5{,}391,\ t \approx -0{,}76;\ t_{5;\,0{,}975} \approx 2{,}571 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $t = \dfrac{260{,}9 - 255}{14{,}8/\sqrt{40}} \approx 2{,}52;\ t_{39;\,0{,}975} \approx 2{,}023 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{1{,}7}{\sqrt{13}} \approx 0{,}4715;\ 29{,}1 \pm 2{,}179 \cdot 0{,}4715:\ [28{,}07;\ 30{,}13]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{169 \cdot (48 \cdot 41 - 46 \cdot 34)^2}{94 \cdot 75 \cdot 82 \cdot 87} \approx 0{,}55 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{5}{3}\binom{3}{0}}{\binom{8}{3}} = \dfrac{10 \cdot 1}{56} \approx 0{,}1786$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 3; 6; 7; 9; $R_1 = 25$; $U_1 = 25 - 10 = 15$, $U_2 = 5$; $U = 5$; $U_{krit} = 1 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 12; 9; 7; 8; 14; –5; 4; $W^+ = 26$, $W^- = 2$; $W = 2$; $W_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 14;\ H = \dfrac{12}{14 \cdot 15}\left(\dfrac{21^2}{5} + \dfrac{29^2}{4} + \dfrac{55^2}{5}\right) - 3 \cdot 15 \approx 6{,}63$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 6; 3; 1; 4; 5; 7; 2; y: 1; 6; 7; 3; 4; 2; 5; $\sum d^2 = 106;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 106}{336} \approx -0{,}893$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0