Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 8,\ \bar{x} = 495{,}6,\ s = 11{,}8,\ H_0: \mu = 505$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 10,\ \bar{x} = 107{,}5,\ s = 10{,}7,\ H_0: \mu = 100$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 17,\ \bar{x} = 86{,}9,\ s = 5{,}3,\ t_{16;\,0{,}975} = 2{,}12$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Sportler: 10 bzw. 36; Nichtsportler: 47 bzw. 57 (erkältet bzw. nicht erkältet). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 4,\ b = 1,\ c = 3,\ d = 6$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 38; 32; 69; 34; Gruppe 2: 33; 37; 25; 40; 12. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 56; 80; 85; 45; 80; 72; 78; 48; 40; nachher: 54; 88; 75; 34; 93; 87; 64; 52; 37. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 4,\ n_2 = 4,\ n_3 = 6;\ R_1 = 28,\ R_2 = 30,\ R_3 = 47$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 29; 34; 10; 14; 20; y: 34; 19; 83; 97; 69 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \frac{495{,}6 - 505}{11{,}8/\sqrt{8}} \approx -2{,}25;\ t_{7;\,0{,}975} \approx 2{,}365 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $t = \frac{107{,}5 - 100}{10{,}7/\sqrt{10}} \approx 2{,}22;\ t_{9;\,0{,}975} \approx 2{,}262 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{5{,}3}{\sqrt{17}} \approx 1{,}2854;\ 86{,}9 \pm 2{,}12 \cdot 1{,}2854:\ [84{,}17;\ 89{,}63]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{150 \cdot (10 \cdot 57 - 36 \cdot 47)^2}{46 \cdot 104 \cdot 57 \cdot 93} \approx 7{,}45 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{5}{4}\binom{9}{3}}{\binom{14}{7}} = \frac{5 \cdot 84}{3432} \approx 0{,}1224$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 3; 5; 7; 9; $R_1 = 24$; $U_1 = 24 - 10 = 14$, $U_2 = 6$; $U = 6$; $U_{krit} = 1 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 2; –8; 10; 11; –13; –15; 14; –4; 3; $W^+ = 22$, $W^- = 23$; $W = 22$; $W_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 14;\ H = \frac{12}{14 \cdot 15}\left(\frac{28^2}{4} + \frac{30^2}{4} + \frac{47^2}{6}\right) - 3 \cdot 15 \approx 0{,}1$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 4; 5; 1; 2; 3; y: 2; 1; 4; 5; 3; $\sum d^2 = 38;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 38}{120} \approx -0{,}9$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0